

3.コアの計算式

●コア寸法

ここで以下の記号でコアを表すものとする。なお、単位はMKSである。

断面積: A_e	磁路長: l	巻回数: N
電流: I	磁束:	インダクタンス: L
磁束密度 B	$B = \frac{\phi}{A_e}$	

●透磁率

右の図3.0.1のB-H曲線において、曲線の傾き即ち、

$\mu = \frac{B}{H}$ を透磁率と呼び、真空中の透磁率 μ_0 として

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

と定義されている。

又、物体中においては

$$\mu = \mu_0 \times \mu_s$$

と定義され、この μ_s を真空に対する比透磁率と呼ぶ。

比透磁率 μ_s は強磁性体等では200 ~ 10,000程度である。

一般に μ_s としてカタログに記載されているのは図3.0.1のような初期磁化曲線における原点近傍の値をいうことが多い。この場合は初透磁率 μ_i ともいう。

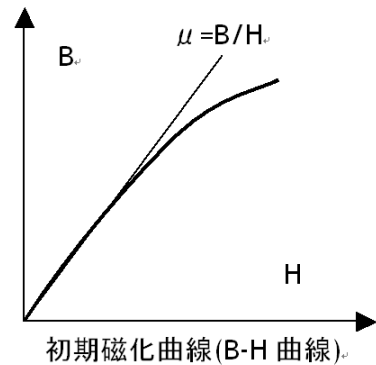


図 3.0.1 B-H 曲線

●起磁力 / 磁化力

起磁力を F とした場合に、 $F = N \times I$ と定義し、単位長さ当たりの起磁力を磁化力 H と呼び

$$H = \frac{F}{l} = \frac{N \times I}{l} \text{ で表す。}$$

3.1 ギャップレスコアの中の様子

ギャップについては考えず、又、漏洩磁束についても考えずに理想の形状とする。

磁束 は

$$\phi = B \times A_e = \mu \frac{N \times I}{l} \times A_e = N \times I \times \frac{\mu \times A_e}{l} \quad \dots 3.1.1$$

ここで $\frac{\mu \times A_e}{l} = \frac{1}{R}$ と定義すると3.1.1式は

$$\phi = \frac{N \times I}{R} = \frac{F}{R} \quad \dots 3.1.2$$

となる。この R を電気抵抗に擬えて磁気抵抗と呼ぶ。

一方、電気磁気学では巻数 N (ターン) のコイルのインダクタンス L の定義は、電流 I と磁束 ϕ の比率、

$$L \times I = N \times \phi \quad \dots 3.1.3$$

であり、3.1.3式に3.1.1式を代入することによってインダクタンス L は

$$L = \frac{N \times \phi}{I} = \frac{N}{I} \times N \times l \times \left(\frac{\mu \times Ae}{l} \right) \quad \dots 3.1.4$$
$$= N^2 \times \frac{\mu \times Ae}{l} = N^2 \times \frac{1}{R} = N^2 \times AL$$

で表され、磁気抵抗Rの逆数であるALを インダクション係数という。

$$AL = \frac{\mu \times Ae}{l} = \frac{1}{R} \quad \dots 3.1.5$$

3.2 ギャップ付きコア

●ギャップ付きコアにおいてその空間長をlgとすれば、コア全体の磁気抵抗Rは電気抵抗と同じく、

$$R = R_g + R_c \quad (R_c: \text{ギャップを除くコア部の磁気抵抗} \quad R_g: \text{ギャップ部分のコア部の磁気抵抗})$$

で表され、

$$R_c = \frac{l - l_g}{\mu \times Ae} \quad R_g = \frac{l_g}{\mu_0 \times Ae} \quad \mu = \mu_0 \times \mu_s$$

から、lg(l であれば (l - lg) l とみなして

$$R = \frac{l}{\mu_0 \times \mu_s \times Ae} + \frac{l_g}{\mu_0 \times Ae} = \frac{1}{\mu_0 \times Ae} \left(\frac{l}{\mu_s} + l_g \right) \quad \dots 3.2.1$$

となる。

インダクション係数ALはRの逆数だから

$$AL = \frac{\mu_0 \times Ae}{l_g + \frac{l}{\mu_s}} \quad \dots 3.2.2$$

となる。

●SW電源で使用する小型フェライトコアの場合

l=20~100(mm) かつ、 $\mu_s=2000 \sim 4000$ 程度であるので

$l / \mu_s = 0.005 \sim 0.05$ (mm) の範囲となり、lgに対して無視できる値となる。

この場合3.2.2式はさらに次のように簡略化される。

$$AL \approx \frac{\mu_0 \times Ae}{l_g} \quad \dots 3.2.3$$

この式から分かるように、磁路中にわずか0.05mmのギャップがあいただけでも透磁率は極端に低下し、ギャップ長がインダクション係数を支配する。コアクラックが致命的と言われるのはこの理由による。

又、3.2.3式には μ_s の項が存在していない。これはギャップ付きコアの場合、ALは材質に依存しない特性であることを示している。

●磁束密度の近似式 ($l_g \gg \frac{l}{\mu_s}$ の範囲)

前述の3.1.3式・3.1.4式から

$$L \times I = N \times \phi \quad , \quad L = N^2 \times AL \quad \text{だから代入・整理すると、} \quad \phi = \frac{L \times I}{N} = \frac{N^2 \times AL \times I}{N} = AL \times N \times I$$

従って磁束密度Bは

$$B = \frac{\phi}{Ae} = \frac{AL \times N \times I}{Ae} \quad \dots 3.2.4$$

となる。

逆に、コアが磁気飽和する磁束密度BをBmsと呼び、飽和点Bmsに達する時の電流をI_{sat}とすると

$$N \times I_{\text{sat}} = \frac{B_{\text{ms}} \times Ae}{AL} \approx \frac{B_{\text{ms}} \times l_g}{\mu_0} \quad \dots 3.2.5$$

$$l_g \approx \frac{N \times \mu_0}{B_{\text{ms}}} \times I_{\text{sat}} \quad \dots 3.2.6$$

とも表せる。

この 3.2.5・3.2.6 式からは、

- 1) Bms、即ち、材料が決まれば、飽和電流 I_{sat} が決まり、コアの断面積 Ae に依存しない!
- 2) ギャップ長 l_g と飽和電流値 I_{sat} は直線関係にある

ことが分かる。

●フェライトコアの場合、Bms=0.34Tとすれば、3.2.5 式から

$$N \times I_{\text{sat}} \approx \frac{0.34}{4\pi \times 10^{-7}} l_g = 270 \times 10^3 \times l_g$$

を得る。ここで、l_g は m 単位であるので、1m = 1000mm を代入して、
(つまり、両辺に 1000 を掛けると右辺の 1000 × l_g(m) が mm で表記した値になる)

$$N \times I_{\text{sat}} \times 1000 = 270 \times 10^3 \times l_g(\text{mm})$$

$$\boxed{N \times I_{\text{sat}} \quad 270 \times l_g(\text{mm})} \quad \dots 3.2.7$$

という近似式を得る。

●AL の近似式 (l_g ≫ $\frac{l}{\mu_s}$ の範囲)

$$3.2.3 \text{ 式に具合的な単位を代入すると } AL \left(\frac{H}{T^2} \right) \approx \frac{4\pi \times 10^{-7}}{l_g(\text{m})} Ae(\text{m}^2) \text{ となる。}$$

l_g として(mm)、Ae として(Cm²)を使用すると、1m=1000mm、1m²=10⁴Cm² を代入して

$$\frac{4\pi \times 10^{-7}}{1000 \times l_g} \times Ae \times 10^4 \Rightarrow \frac{4\pi \times 10^{-7}}{l_g(\text{mm})} Ae(\text{Cm}^2) \approx 10 \times AL \left(\frac{H}{T^2} \right) \Rightarrow AL \left(\frac{H}{T^2} \right) \approx 12.56 \times 10^{-8} \times \frac{Ae(\text{Cm}^2)}{l_g(\text{mm})} \text{ となり、}$$

さらに、AL を nH に換算する為に両辺に 10⁹ をかけると

$$AL \left(\frac{nH}{T^2} \right) \approx 125.6 \times \frac{Ae(\text{Cm}^2)}{l_g(\text{mm})} \quad \dots 3.2.7$$

という近似式を得る。つまり、ギャップ付きコアでは、AL は材質に依存せず、面積とギャップ長に依存する
という重要な指針を得る。

● B の換算式

チョークコイルや他励 FB 用トランスでは B として磁束の変化分を計算する時があるが、1章で述べた
1.3.6 式・電圧時間積では電圧と ON 時間の 2 つがパラメーターとして入っているので商用ラインに接続され

る SW 電源ではリップルで電源電圧が変動した場合に安定した計算結果を得ることができない。
ここで前記した 3.2.4 式を再掲すると、磁束密度と電流のパラメーターが結び付けられている事がわかる。
(時間項が消えている事に注意)

$$B = \frac{\phi}{Ae} = \frac{AL \times N \times I}{Ae} \quad \dots 3.2.4$$

この式で B(Bms) を B、電流 I を I に置き換えれば、3.2.4'式が得られる。この式は電流変化分 I だけ測定すれば良いのでより計算精度を高める事ができる。(AL, Ae, N, L は実測値を使用)

$$\Delta B = \frac{AL \times N}{Ae} \times \Delta I = \frac{L}{N \times Ae} \times \Delta I \quad (T) \quad \dots 3.2.4'$$

3.3 インダクタンス L の蓄積エネルギー

L に蓄積されるエネルギー J は電圧 E と電流 I の積の総和であるので

$$J = \int (E \times I) dt \quad \dots 3.3.1$$

で一方、I は

$$I = \frac{E}{L} \times t \quad \dots 3.3.2$$

である。これらの両式を代入して解くと

$$J = \int (E \times \frac{E}{L} t) dt = \frac{E^2}{L} \int t dt = \frac{E^2}{L} \frac{t^2}{2} \quad \text{一方 } Et = LI \quad \text{だから}$$

$$J = \frac{L I^2}{L \times 2} = \frac{1}{2} LI^2 \quad \dots 3.3.3$$

ファラデーの法則 $E = N \frac{d\phi}{dt}$ に
 $\phi = \frac{L \cdot I}{N}$ を代入すると
 $E = N \times \frac{L}{N} \frac{dI}{dt} = L \frac{dI}{dt}$
 積分すると
 $I = \frac{E}{L} t + I_0 \Rightarrow i = \frac{E}{L} t$

が得られる。

3.4 パワーファクタ

チョークコイル、RCC 用トランス、FB 用トランス等は一度、コアのエネルギーを蓄積して、放出する動作を周波数 f で繰り返している。つまり、3.3.3 式の f 倍がコアの扱う電力 P であるので

$$P = J \times f = \frac{1}{2} LI^2 \times f \quad \dots 3.4.1$$

となる。この式を変形して

$$LI^2 = \frac{2P}{f} \quad \dots 3.4.2$$

を得る。これを **パワーファクタ Kp** と名付ける。これは 1 周期で扱う磁気エネルギーに関する指数で、一般には $L \cdot I^2$ 積と言われ、チョーク以外では使いようのない指数だったが、このようにパワーファクタと定義すれば、設計への応用範囲が広く取れる。

次に Kp と AI, N_{sat} の関係を求める。

$$L=AL \times N^2$$

だから

$$Kp=(AL \times N^2) \times (I_{sat})^2=AL \times (N \times I_{sat})^2 \quad \dots 3.4.3$$

すなわち、 $lg \gg \frac{l}{\mu_s}$ 範囲の近似式ではあるが

$$Kp = \left(\frac{Bms \times lg}{\mu_0} \right)^2 \times \frac{\mu_0 \times Ae}{lg} = \frac{Bms^2}{\mu_0} \times Ae \times lg \quad \dots 3.4.4$$

を得る。

3.4.4 式からパワーファクタ Kp は

- 1)飽和磁束密度の 2 乗に比例し、
- 2)断面積 Ae 、ギャップ長 lg に比例する と言える。さらに、2)は言い換えると
- 3)パワーファクタ Kp はギャップの空間に比例する

とも言える。

コアのギャップ特性曲線において、 $Kp \sim lg$ を求めておくことにより、RCC 用トランス設計において任意の周波数 f 、電力 P が決まればギャップ長 lg をただちに決めることが可能になる。

但し、 P は過電力制限値、 f は最低動作周波数としなければならず、又、過電力状態と最低周波数の組み合わせで考慮する必要がある。

又、 Kp には 3.4.4 式のとおり、等、巻数に関する要素が含まれていないことにも注意してほしい。

すなわちコアが扱う電力に関して巻数は無関係である。(ギャップのみが要因)

例えば、 $N \times I_{sat}$ を下げようと N を減らすと、 lg が小さくなり、従って 1 次電流のピーク値が高くなり、結果として $N \times I_{sat}$ は変化しない。

チョークコイル設計に於いては $Kp=L \cdot I^2$ と置き換えれば、同様に設計できる。

3.5 実測値の比較

フェライトコアとして TDK のカタログの中から、PC47 材、JIS FEER35A のモデルについて検証する。TDK のフェライトのカタログにはセンターギャップの場合の $AL \sim NI$ 曲線、 $AL \sim lg$ 曲線が例示されている。必要データを抜粋すると、 $Ae=1.07\text{Cm}^2$ 、 $l=90.8\text{mm}$ 、比透磁率 $\mu_s=2500$ であるので、 $90.8/2500=0.036\text{mm}$ 以上のギャップ長 lg で近似式が成立する。

$$\begin{aligned} NI &= 44145 \times AL^{-1.0375 nH} \Rightarrow NI \times AL = 44145 \times AL^{-0.0375} \quad \text{だから} \\ Kp &= (NI)^2 AL = 44145^2 \times AL^{-1.075} = 44145^2 \times (169.52 \times lg^{-0.708})^{-1.075} \\ &= 44145^2 \times 169.52^{-1.075} \times lg^{0.7611} = 7.822 \times 10^6 \times lg^{0.7611} \\ AL &\text{が } nH \text{ であるので } H \text{ に換算すると} \\ Kp &= 7.822 \times 10^{-3} \times lg^{0.7611} \quad (\text{実測式からの換算式}) \end{aligned}$$

カタログ記載の式と、近似式と比較すると、表 3.1 の結果が得られ、若干の差分はあるものの、近似式は計算で当たりを付けるには十分に実用的であることが分かる。(NI:20%ダウン点/Tc=100)

カタログ記載式	理論近似式
$AL = 169.52 \times lg^{-0.708}$	$AL \approx 125.6 \times \frac{Ae(Cm^2)}{lg(mm)} = 134.4 \times lg^{-1}$
$NI = 44145 \times AL^{-1.0375} \Rightarrow NI = 214.8 \times lg^{0.73455}$	$NI = 270 \times lg \quad (Bms=0.34T)$
$NI \times AL = 36413 \times lg^{0.0266} \approx 36413$	$NI \times AL = 36288 \quad (-0.34\%)$
$Kp = 7.822 \times 10^{-3} \times lg^{0.7611}$	$Kp=9.844 \times 10^{-3} \times lg$

表 3.5.1 実測との対比表

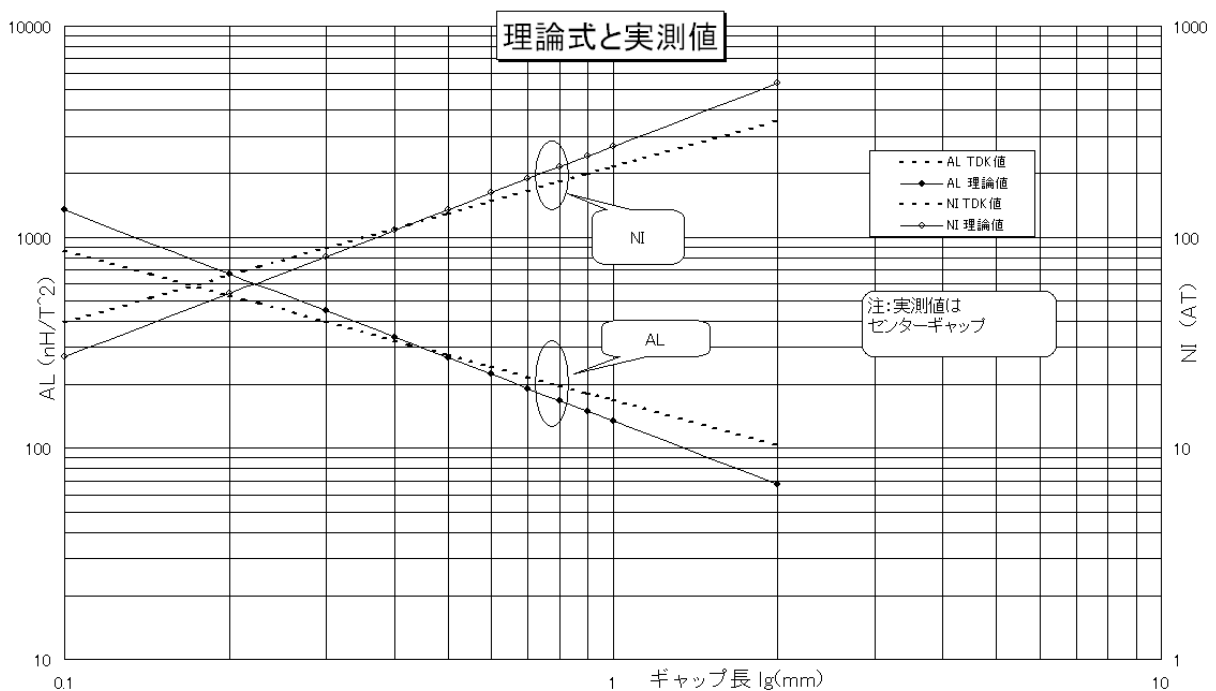


図 3.5.1 実測値と近似式の比較

両者の差分は次の様に考えられる。

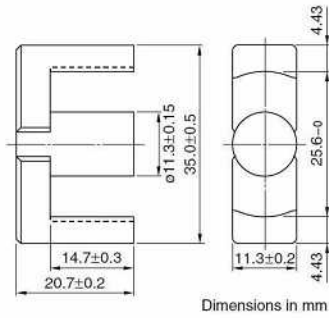
- ・近似の場合は、0.036mm でギャップ磁気抵抗とコア磁気抵抗が等しくなるので精度よく近似できるのはその 10 倍、0.4mm ぐらいからである(10%精度)。それ以下では 3.7 式で AL を計算する必要がある。
- ・ギャップが大きくなると、測定コイルがギャップのある中足に巻かれている効果で、漏れた磁束がボビン内でコイルと鎖交し、見かけのインダクタンス低下が小さい。その反面、AL 値が大きい分だけ、ギャップが狭いのと等価であるので NI は低く測定されている。
- 両脚にギャップを入れるスペースギャップの場合の AL 値は中足ギャップより低く測定されている。
- ・(NI × AL)は略、実測値と近似値が合致しており、上記の推論を裏付けている。

参考資料

スイッチング電源用フェライト概要 Issue date: February 2010

スイッチング電源用フェライト E コア EI/EE/EF/EER/ETD シリーズ Issue date: April 2011

EERシリーズ EER35 コア (JIS FEER 35A)



Dimensions in mm

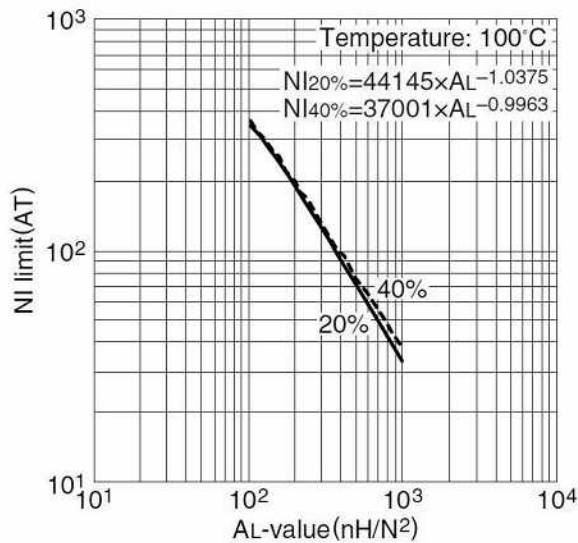
パラメータ

コア定数	C1	mm ⁻¹	0.849
実効磁路長	ℓe	mm	90.8
実効断面積	Ae	mm ²	107
実効体積	Ve	mm ³	9720
中脚断面積	Acp	mm ²	100
最小中脚断面積	Acp min.	mm ²	97.6
巻線断面積	Acw	mm ²	218
質量 (組)	g		52

品名	AL-value (nH/N ²)	コアロス(W) 100kHz, 200mT	設計例 (フォワードコンバータ方式)
PC47EER35-Z	2770±25% (1kHz, 0.5mA)* 4000 min. (100kHz, 200mT)	3.18 max. (100°C)	376W (100kHz)
PC95EER35-Z	2770±25% (1kHz, 0.5mA)* 4000±25%	4.55/3.8/4.55(25°C/80°C/120°C)	336W (100kHz)

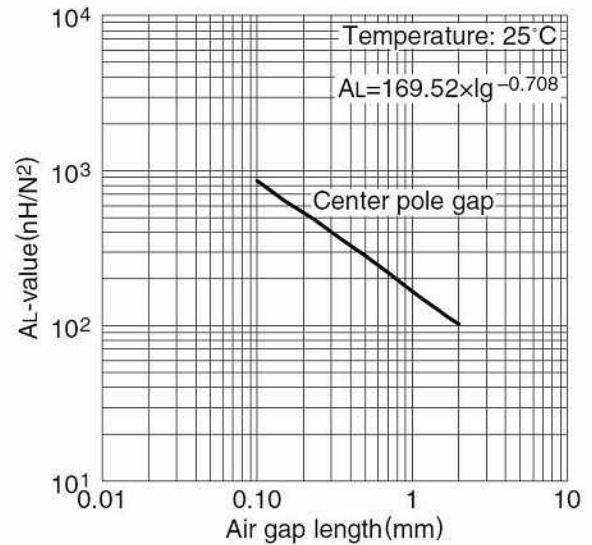
* コイル: φ0.35 2UEW 100Ts

NI limit vs. AL-value (代表例)
PC47EER35 コア (ギャップ付)



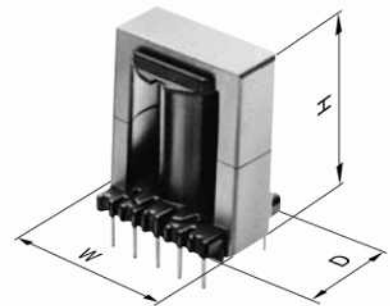
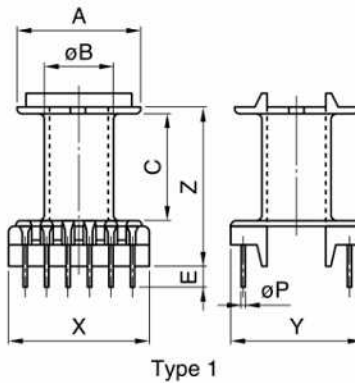
NI~AL 特性曲線

AL-value vs. エアギャップ長 (代表例)
PC47EER35 コア



lg~AL 特性曲線

EER ボビン



品名	Type	寸法(mm)							
		A	φB	C	E	X	Y	Z	t*
BEER35-1112CPFR	1	25.4	13.7	26.1	5.5	30.0	28.5	37.50	0.98

品名	寸法(mm)				ピン端子数	W D (mm) H	パラメータ		質量 (g)
	φP (mm)	P1 (mm)	P2 (mm)	P3 (mm)			巻線断面積 Aw(mm²)	平均巻線長 ℓw(mm)	
BEER35-1112CPFR	1.0	5.0	25	22.5	12	36 29 44	152.7	61.4	7.7