EXERCICE III – VOYAGE INTERPLANÉTAIRE (5 points)

1. Différentes phases du voyage de la mission MSL :
Phase 1 : Lancement depuis la Terre en position T_1, il faut échapper à l'attraction de la Terre.
Phase 2 : Voyage sur l'orbite de Hohmann en utilisant l'attraction du Soleil.
Phase 3 : Attraction par Mars et atterrissage

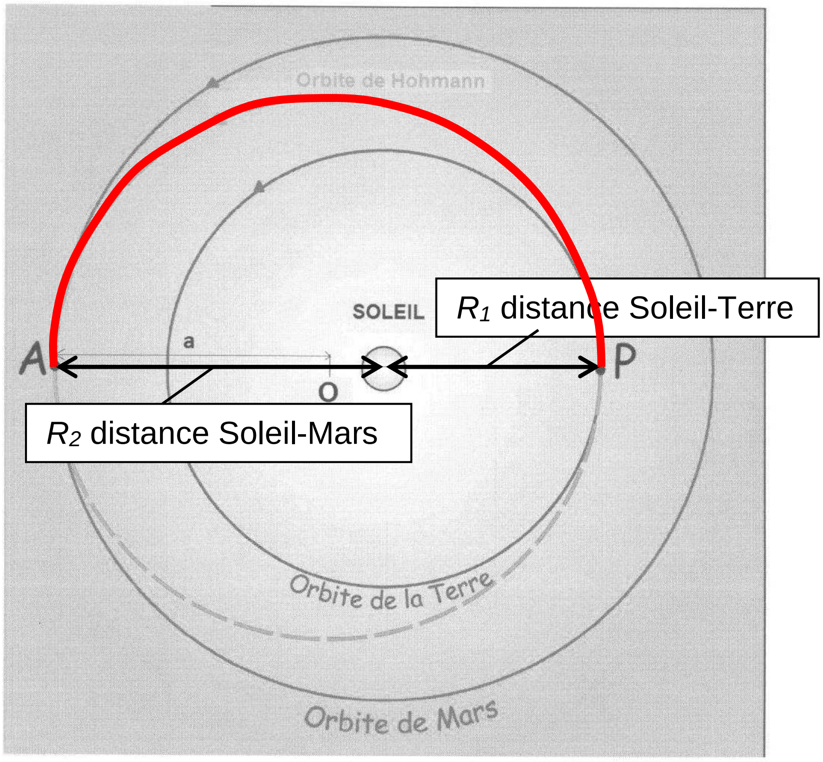
2. Demi-grand axe de l'orbite de Hohmann

AP = $R_1 + R_2$
AP = AO + OP = 2 a

donc 2 a = $R_1 + R_2$

a = $\dfrac{R_1 + R_2}{2}$

a = $\dfrac{1{,}50\times10^8 + 2{,}28\times10^8}{2}$ = $1{,}89\times10^8$ km



3.1. MSL parcourt la moitié de l'ellipse (chemin coloré sur la figure précédente), alors la durée Δt de ce parcours est égale à la moitié de la période T : $\Delta t = T/2$ ou T = **$2\Delta t$**.

D'après la troisième loi de Kepler $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_S}$, ainsi $\dfrac{(2\Delta t)^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{G.M_S}$

$$\frac{4\Delta t^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

$$\Delta t^2 = \frac{\pi^2.a^3}{G.M_S}$$

$$\Delta t = \pi.\sqrt{\frac{a^3}{G.M_S}} = \pi.a^{3/2}.G^{-1/2}.M^{-1/2}$$

Homogénéité de cette expression par analyse dimensionnelle :

D'après les unités de la constante de gravitation universelle $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$, on peut dire que dim(G) = $L^3.M^{-1}.T^{-2}$

dim(Δt) = dim(π).dim($a^{3/2}$).dim($G^{-1/2}$).dim($M^{-1/2}$)
dim(Δt) = 1 . $L^{3/2}$. $L^{-3/2}.M^{1/2}.T.M^{-1/2}$
dim(Δt) = T
Δt est bien homogène à une durée.

3.2. $\Delta t = \pi . a^{3/2} . G^{-1/2} . M^{-1/2}$

$\Delta t = \pi \times (1{,}89\times10^8\times10^3)^{3/2} \times (6{,}67\times10^{-11})^{-1/2} \times (1{,}99\times10^{30})^{-1/2}$

$\boldsymbol{\Delta t = 2{,}24\times10^7}$ **s = 259 jours**

Le robot a décollé le 26 novembre 2011 et a atterri le 6 août 2012,
26 au 30 /11 : 5 jours
Décembre : 31 jours
Janvier : 31 jours
Février : 29 jours (année bissextile)
Mars : 31 jours
Avril : 30 jours
Mai : 31 jours
Juin : 30 jours
Juillet : 31 jours
1 au 6 Août : 6 jours
TOTAL : **255 jours**, soit 255×24×3600 = **$2{,}20\times10^7$ s**

Écart absolu : $3{,}73\times10^5$ s = 104 h = 4,3 jours

Écart relatif : $\dfrac{2{,}24\times10^7 - 2{,}20\times10^7}{2{,}24\times10^7}$ = 2 %

Cette durée est cohérente avec celle calculée.

Causes de l'écart : - on ne connaît pas les heures d'arrivée et de décollage,
- la troisième loi de Kepler est valable pour un système en orbite autour d'un seul astre attracteur. Or ici le robot Curiosity est soumis à l'attraction gravitationnelle du Soleil, mais pas seulement puisque Mars et la Terre l'attirent aussi.

Remarque : le calcul des jours n'a sans doute pas besoin d'être aussi précis (qui se souvient que 2012 était bissextile ?).

4. Comme le mouvement de Mars est circulaire et uniforme :

Mars accomplit une orbite complète en 1,88 an	360° → 1,88 an = 686,2 jours
Mars a tourné d'un angle β pendant la durée de la mission	β° → Δt = 255 jours

$\beta = \dfrac{360\times255}{686{,}2} = 134°$

$\alpha + \beta = 180°$

$\alpha = 180 - \beta$

$\alpha = 180 - 134 =$ **46°**.

Si l'on fait le calcul avec Δt = 259 jours, on obtient α = 44°.