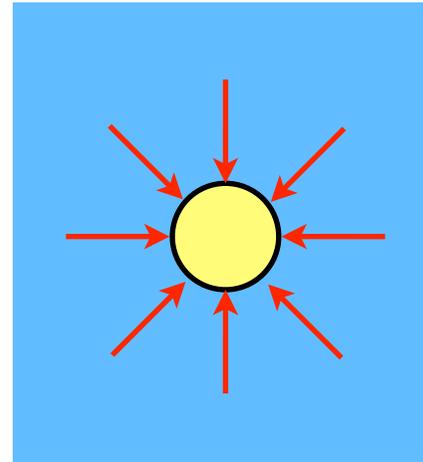
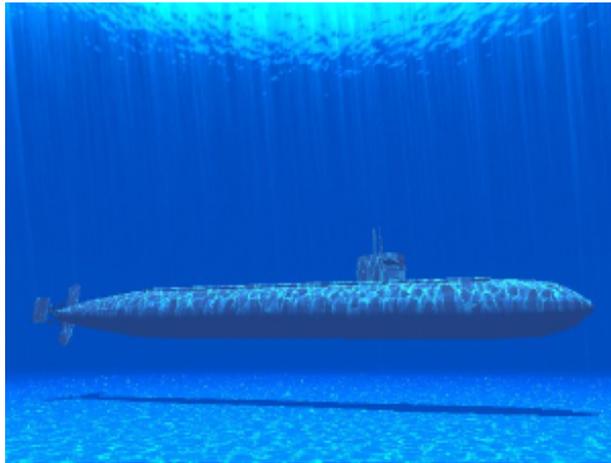


# Chapitre 10 : Mécanique des fluides

# I. Pression hydrostatique

- Les fluides regroupent **gaz** et **liquides**.
- En général, on considère des fluides **incompressibles**.  
Ce n'est plus le cas en thermodynamique.
- Un objet immergé subit une pression de toutes parts.



force normale !

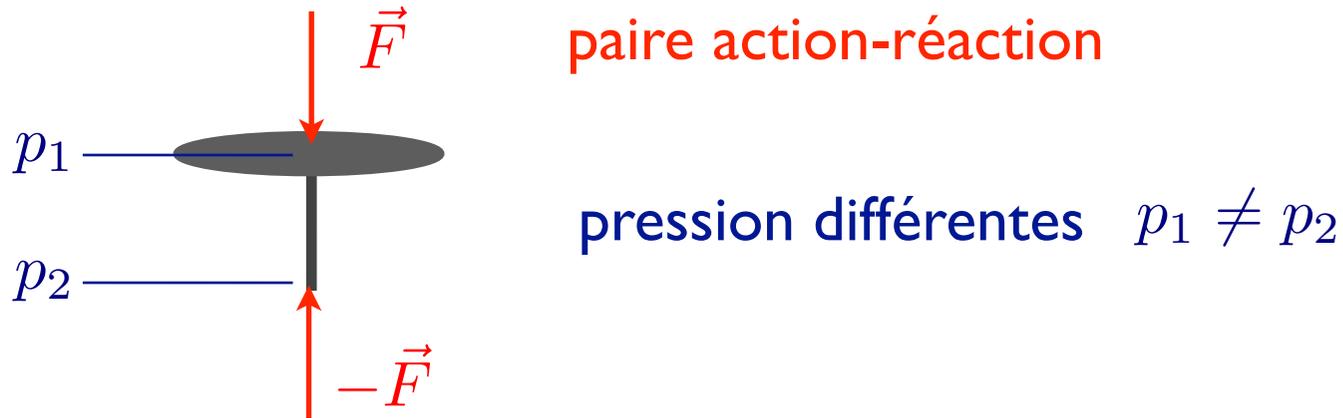
- Par définition :

$$p = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{A} = \frac{F}{A}$$

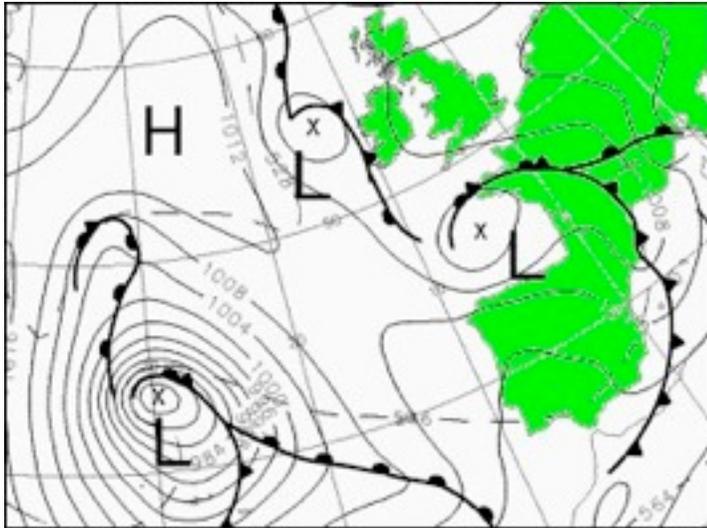
- Unité : Pascal (Pa)

- Exemples :

- punaise



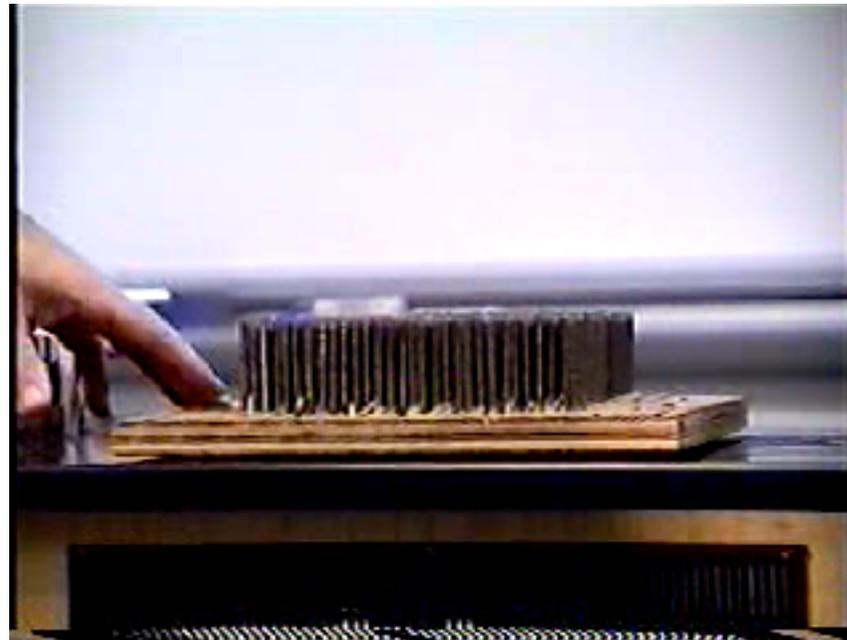
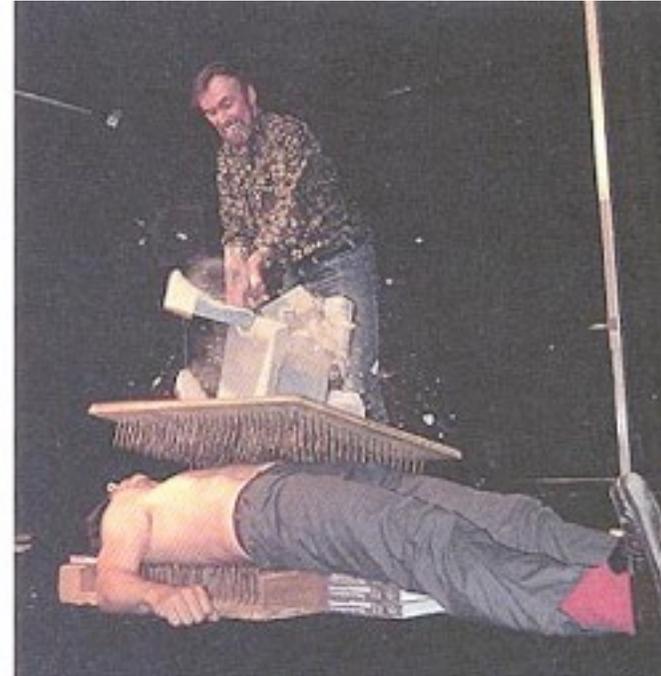
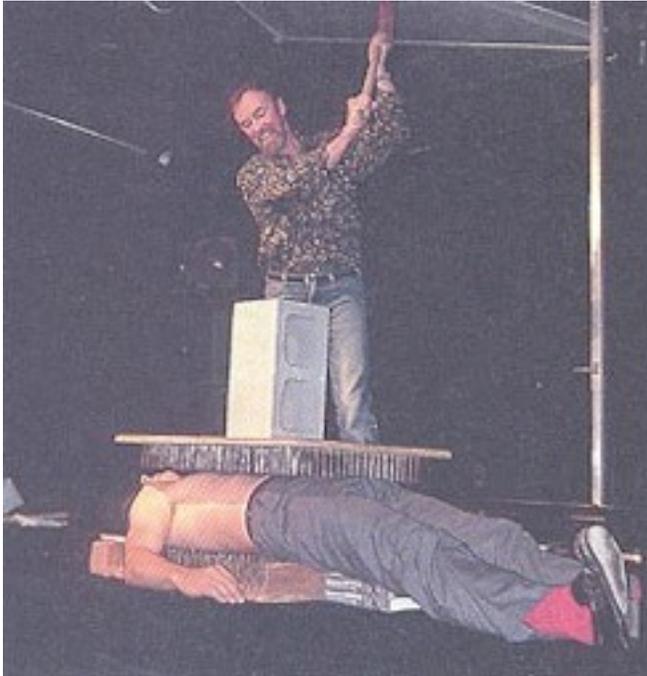
- pression atmosphérique : force = poids de l'air



$$p = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa} = 1 \text{ atm}$$

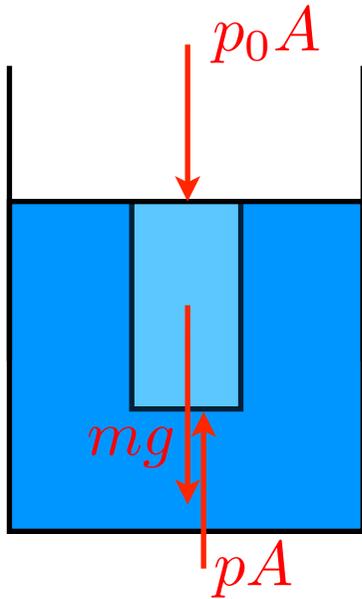
- vide :  $p = 0 \text{ Pa}$

- Fakir :



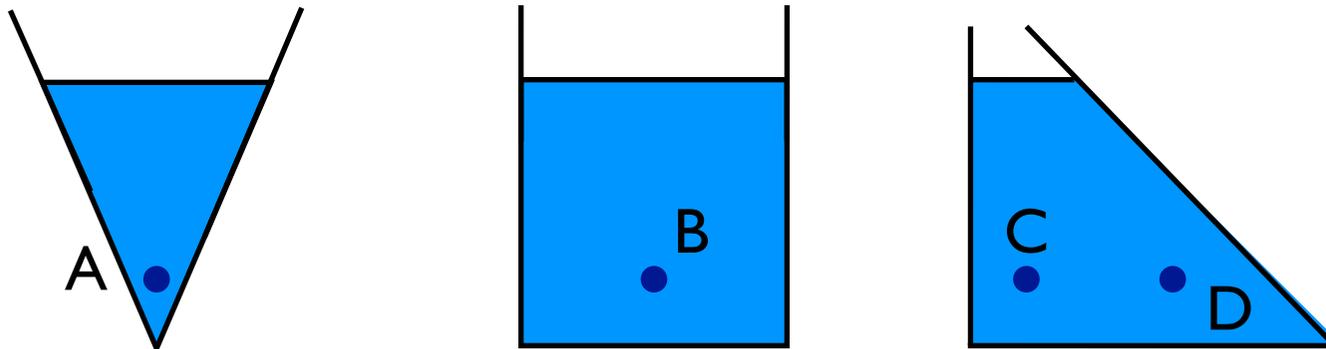
## 2. Effet de la profondeur

- Colonne de fluide incompressible en équilibre :  $V = Ah$



Newton selon la verticale :  $p_0 A + mg = p A$   
 $p_0 A + \rho g V = p A$   
 $p_0 + \rho g h = p$

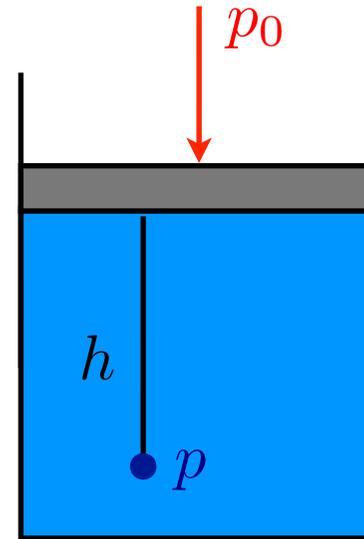
La pression ne dépend que de la profondeur.



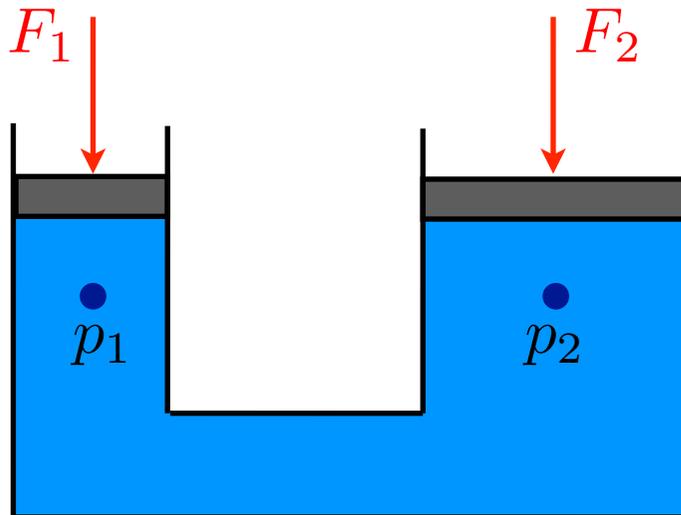
$$p_A = p_B = p_C = p_D$$

- **Loi de Pascal** : toute pression supplémentaire se transmet à tout le fluide.

$$p = p_0 + \rho gh$$



- Vérins hydrauliques :



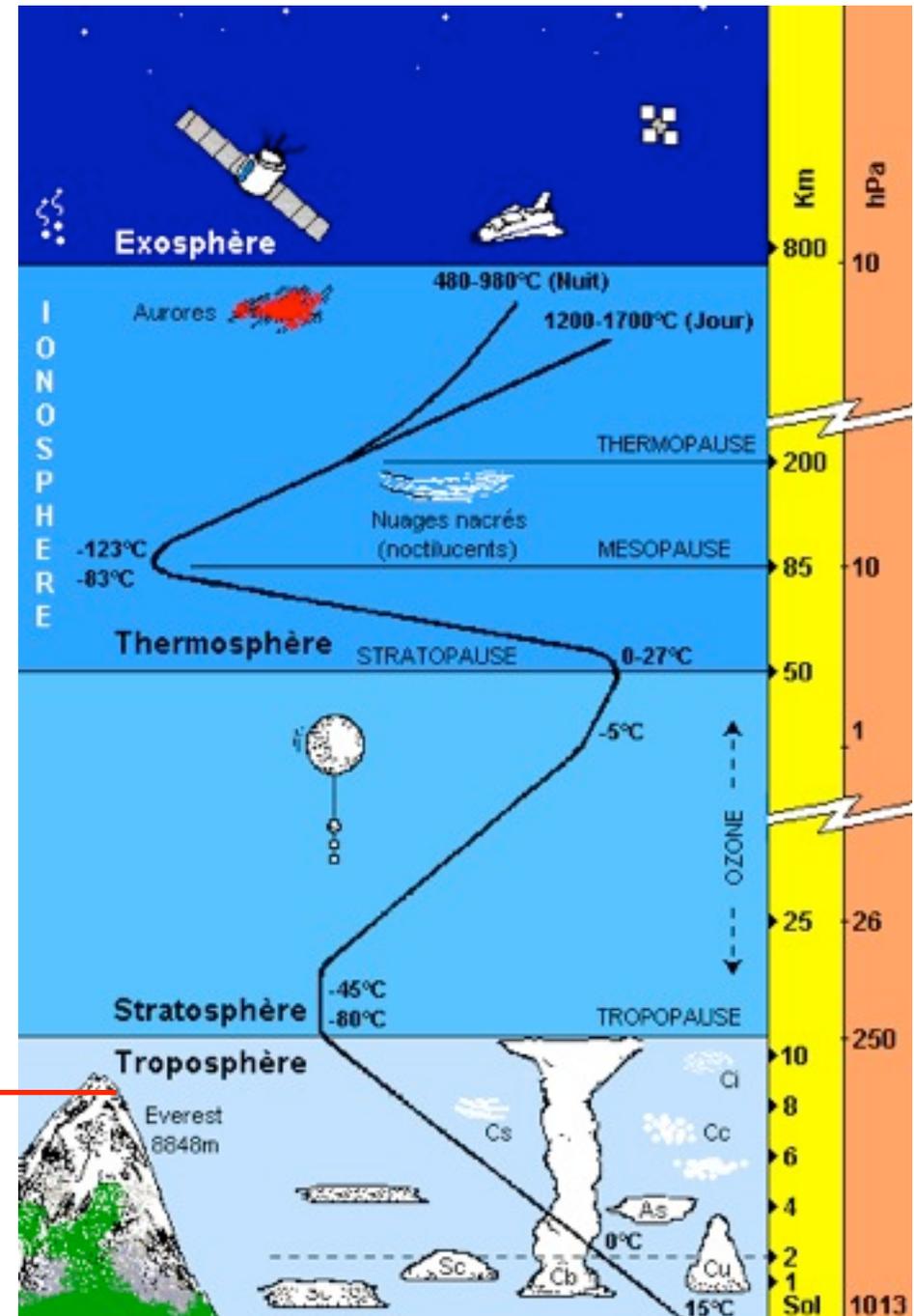
$$p_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} = p_2$$

- Estimer l'épaisseur de l'atmosphère

si colonne d'air homogène :

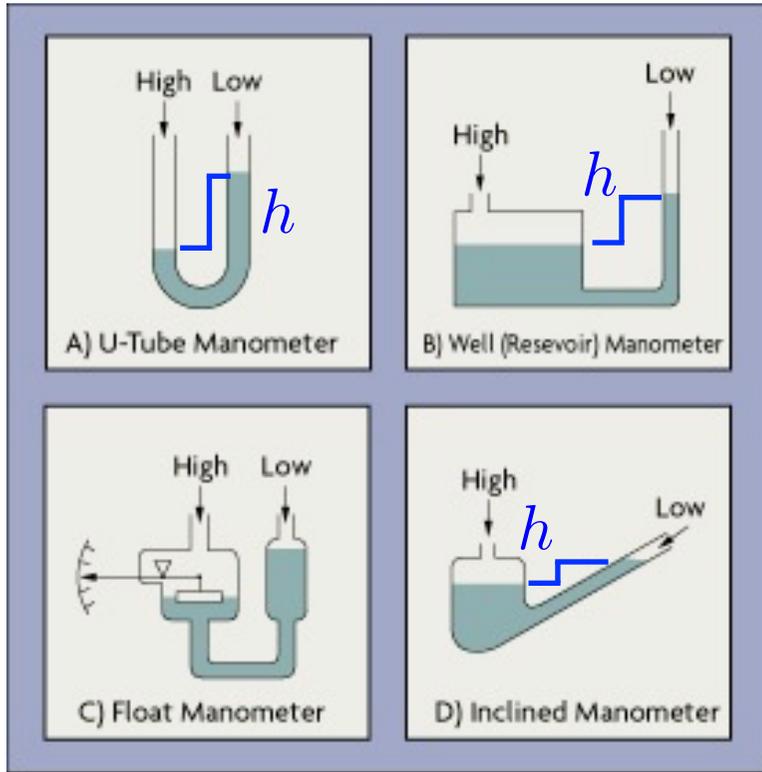
$$h = \frac{p_0}{\rho g}$$

$$h = \frac{10^5}{1.25 \cdot 10} \approx 8 \text{ km}$$



# 3. Mesurer la pression

- Manomètre :

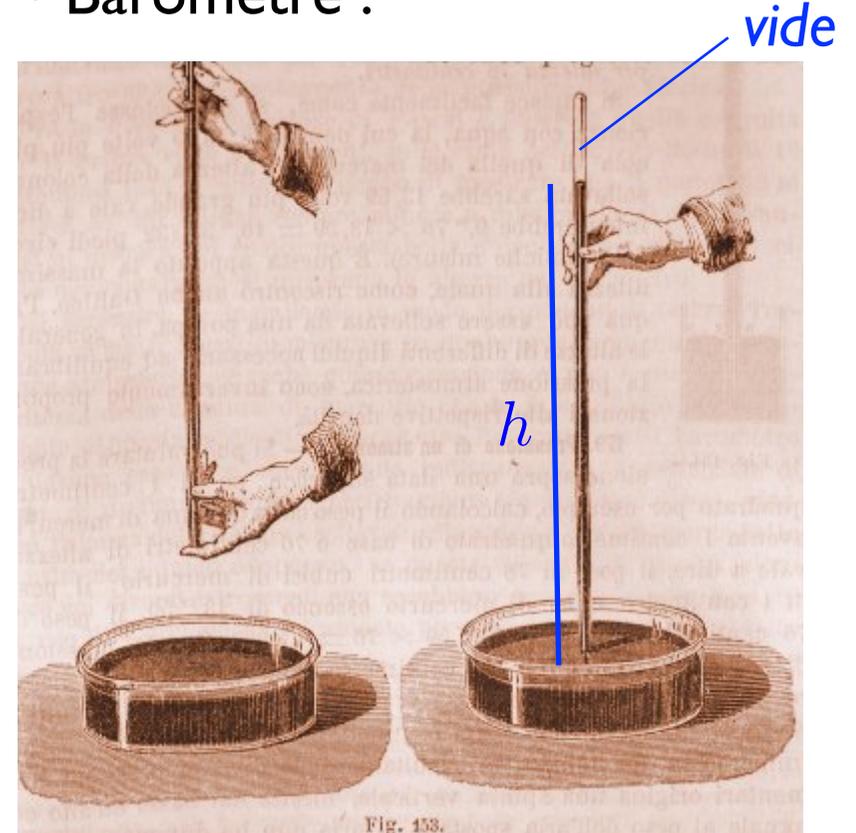


hauteur = différence de pressions

$$p_h = p_l + \rho gh$$

une pression étalon !

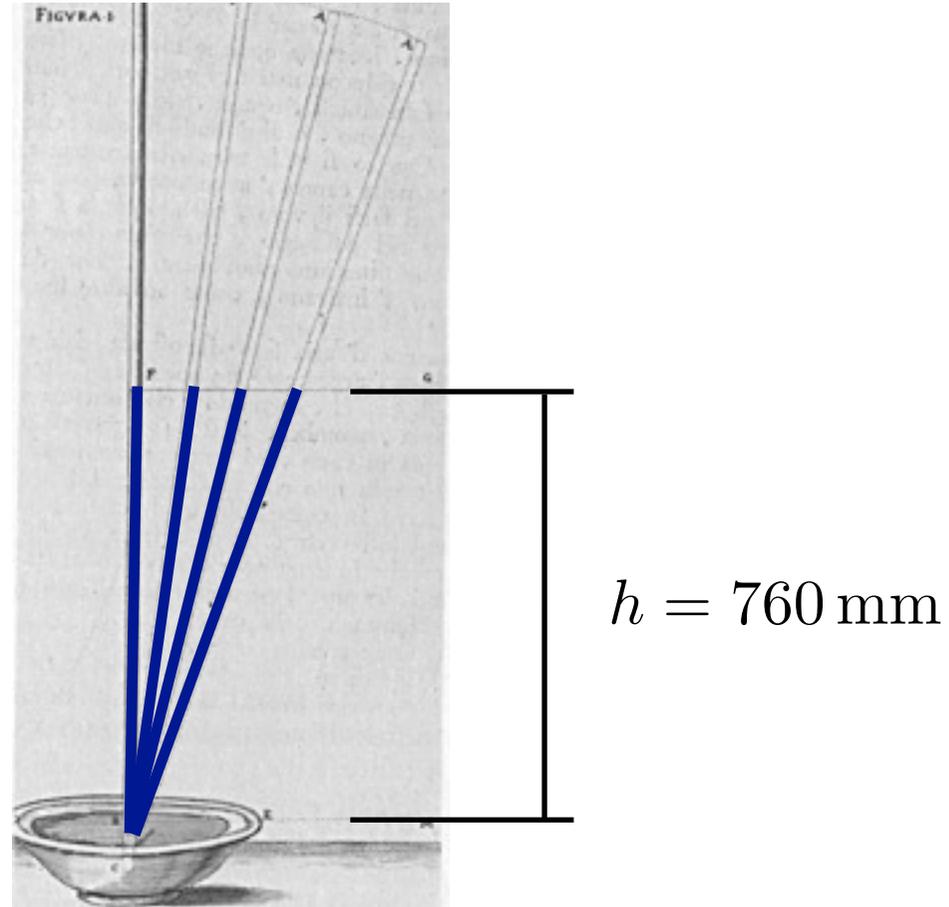
- Baromètre :



expérience de Torricelli

$$p_0 = \rho gh$$

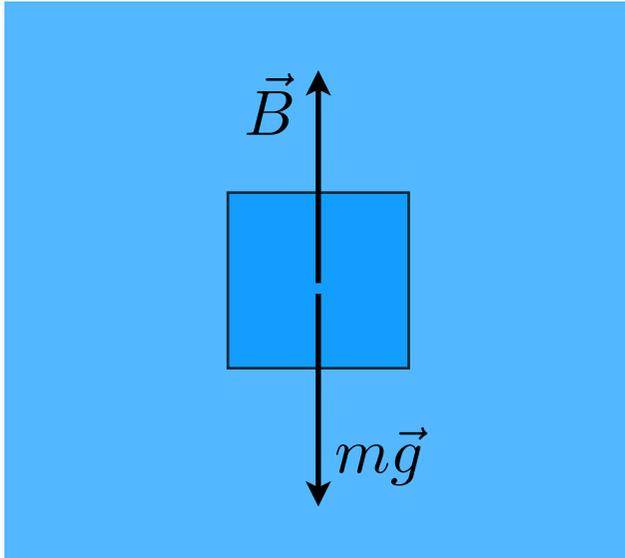
- Expérience de Torricelli



- Anciennes unités :
  - $1 \text{ atm} = 760 \text{ mm de Hg}$
  - $1 \text{ hPa} = 1 \text{ mb}$
  - $1 \text{ torr} = 1/760 \text{ atm}$

# 4. Principe d'Archimède - Flottabilité

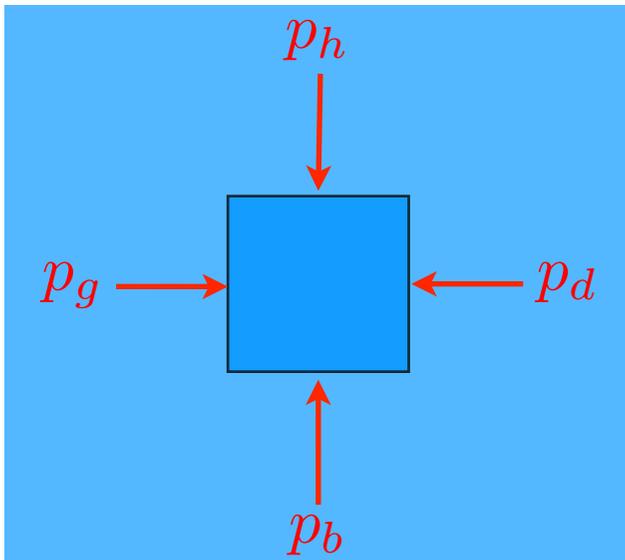
- Origine :



cube de fluide en équilibre

il doit exister une force  $B$  qui équilibre  $mg$

si cube de métal, les forces sont différentes



cette force  $B$  provient du fluide environnant

$$p_g = p_d \quad (\text{pas de force latérale})$$

$$p_b = p_h + \rho gh \quad (\text{force dirigée vers le haut})$$

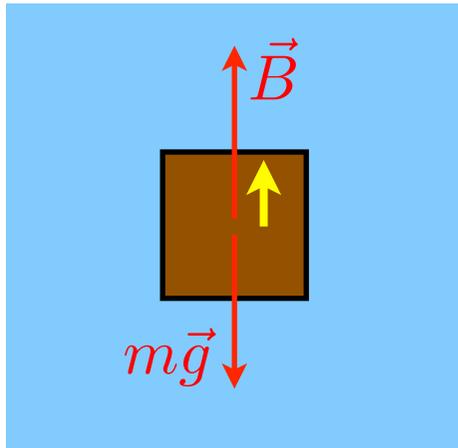
$$B = (p_b - p_h)A = \rho ghA = \rho gV$$

$$B = \rho gV$$

$B$  = poussée d'Archimède = poids du fluide déplacé par l'objet

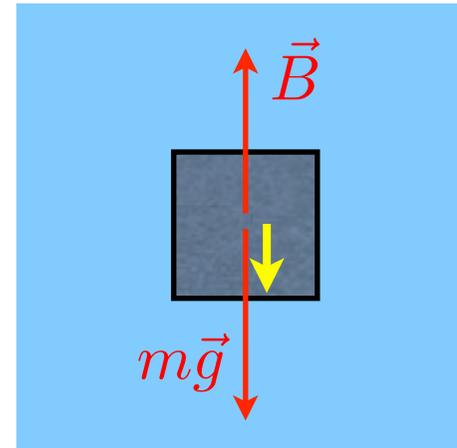
- Coule ou flotte ? bilan des forces :  $mg - B = (\rho - \rho_f)gV$

bois



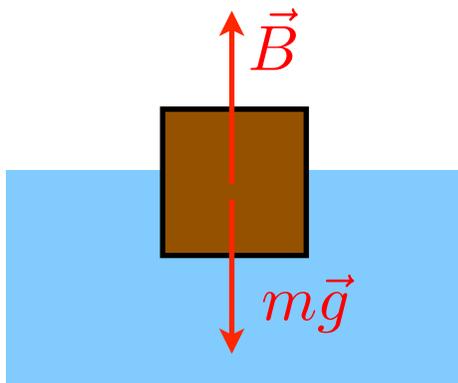
$\rho < \rho_f$  flotte

métal



$\rho > \rho_f$  coule

- En surface : volume total = volume immergé + volume émergé



$$mg - B = 0$$

$$\rho g V_{tot} - \rho_f g V_{im} = 0$$

$$\frac{\rho}{\rho_f} = \frac{V_{im}}{V_{tot}}$$

- Iceberg :

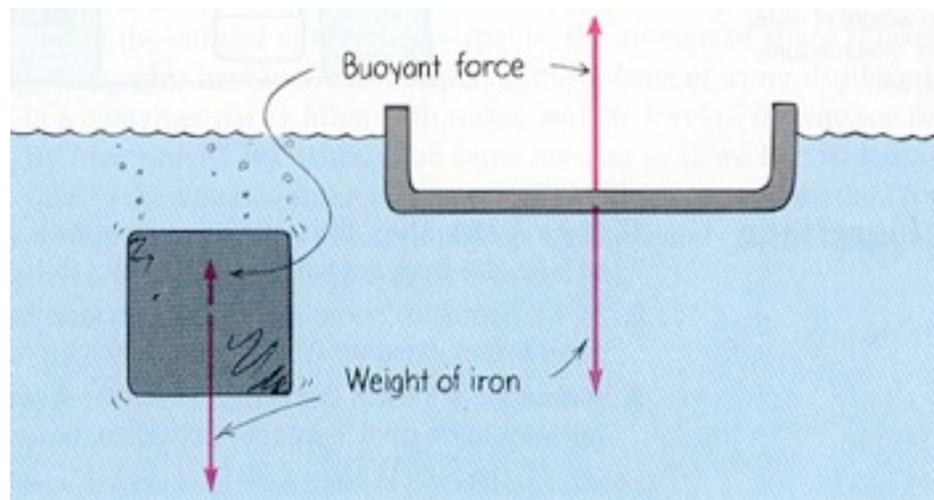


$$\rho_{eau} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

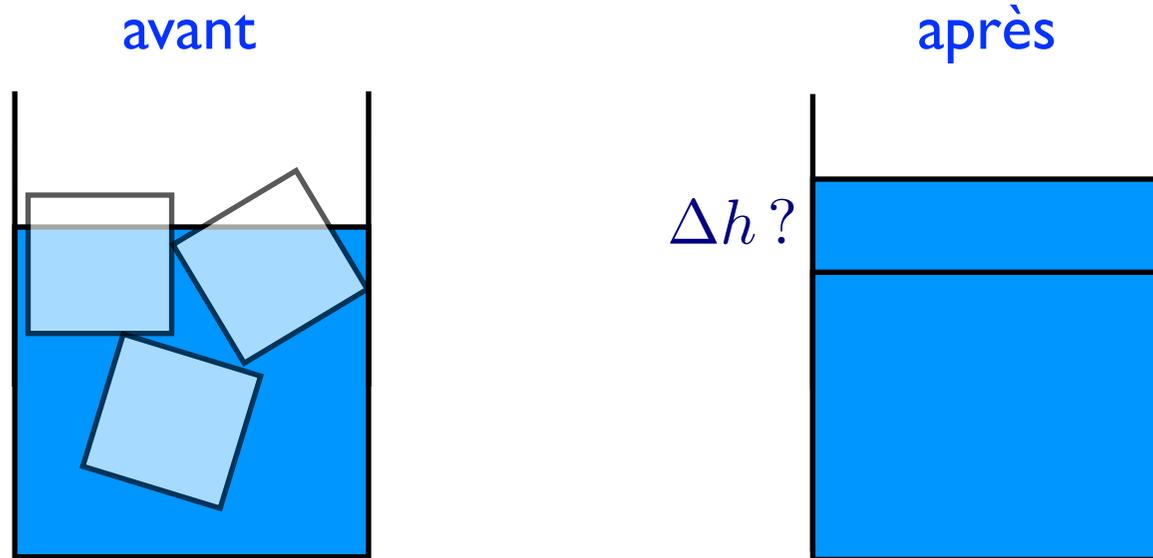
$$\rho_{glace} = 917 \text{ kg/m}^3$$

$$\frac{V_i}{V_{tot}} = 0.917$$

- Bateaux :



- Problème du glaçon qui fond :



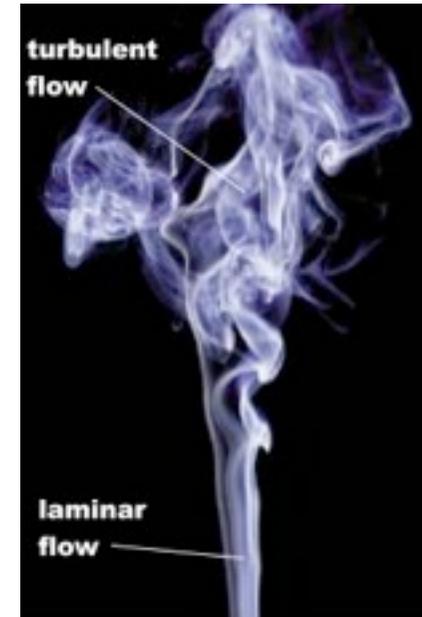
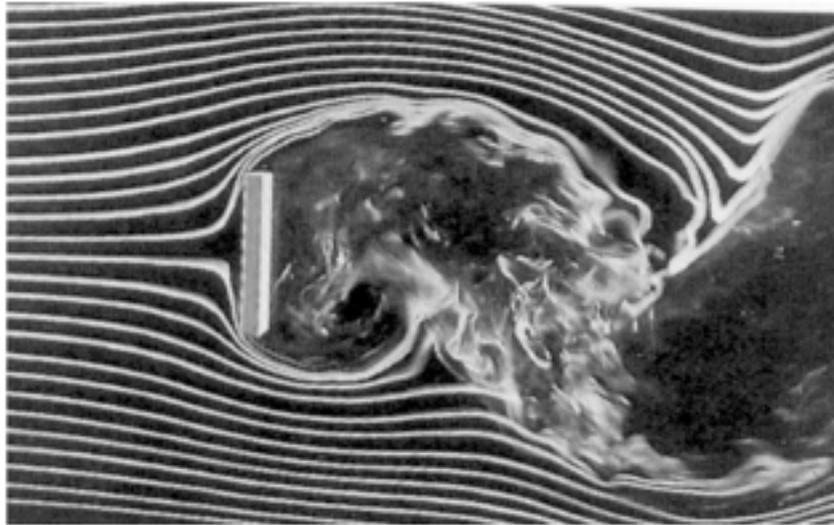
Le niveau d'eau ne varie pas !

- Application : fonte des glaces aux pôles.

# 5. Dynamique des fluides

- **Types d'écoulement :**

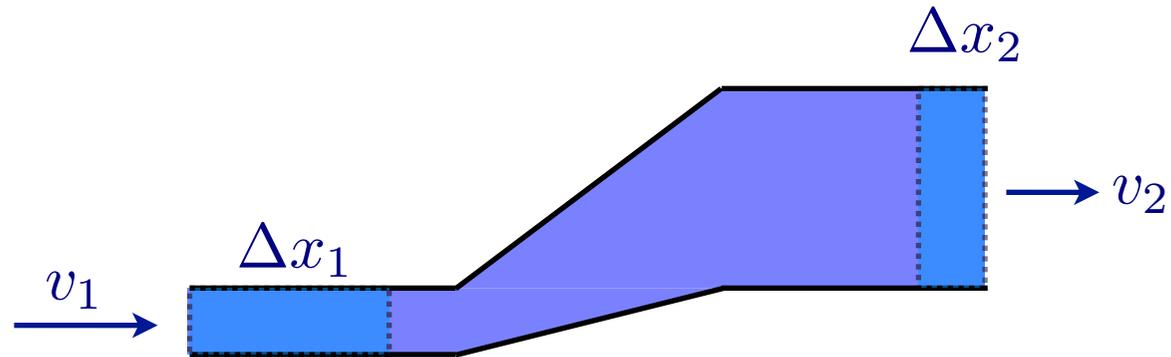
- **laminaire** : la vitesse en chaque point est constante au cours du temps.  
On peut définir des lignes de courant.
- **turbulent** : la vitesse en chaque point de l'écoulement varie au cours du temps.



- **Fluide idéal** :
  - écoulement **laminaire** : vitesse stationnaire en un point
  - **non-visqueux** : pas de perte d'énergie
  - **incompressible** : densité unique
  - **irrotationnel** : pas de tourbillon

## 6. Equation de continuité

- Pipe-line :



tranches de fluide :  $\Delta x_1 = v_1 \Delta t$      $m_1 = \rho A \Delta x_1$

$\Delta x_2 = v_2 \Delta t$      $m_2 = \rho A \Delta x_2$

fluide incompressible :  $m_1 = m_2$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

- Débit :  $Av = Q$

L'équation de continuité est donc une équation de conservation du débit.

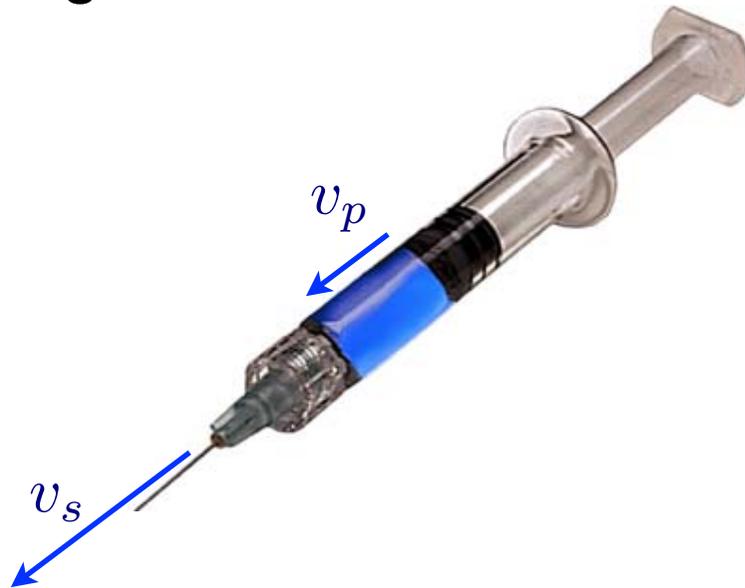
- Exemples :

- bouchons



la vitesse augmente  
dans le rétrécissement !

- seringues



section piston > section aiguille

$$\frac{v_s}{v_p} \approx 100 - 1000$$

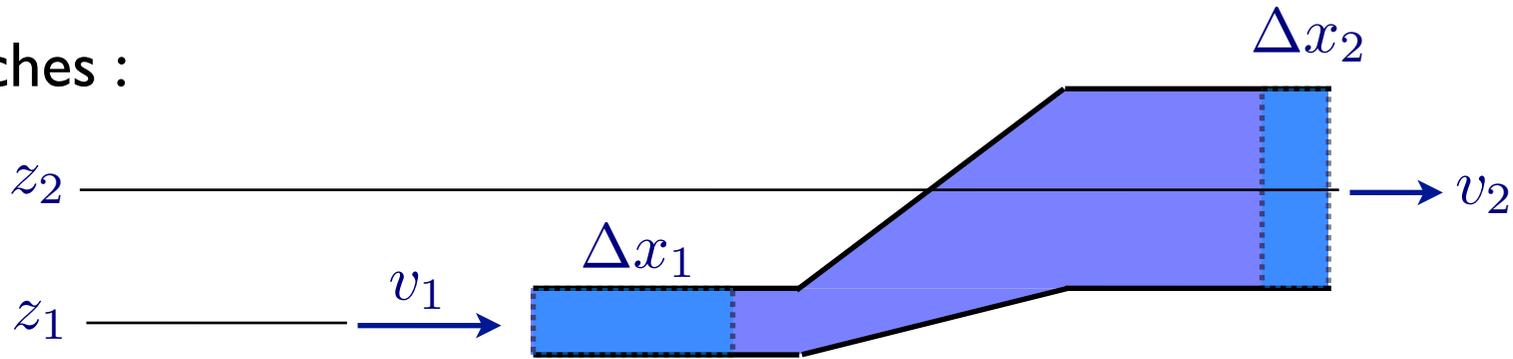
- Filet du robinet :

*Les particules d'eau sont en chute libre :  $v = v_0 + gt$*



# 7. Equation de Bernoulli

- Tranches :



travail :  $W_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 = p_1 V$   
 $W_2 = -p_2 A_2 \Delta x_2 = -p_2 V$        $W_1 + W_2 = (p_1 - p_2)V$

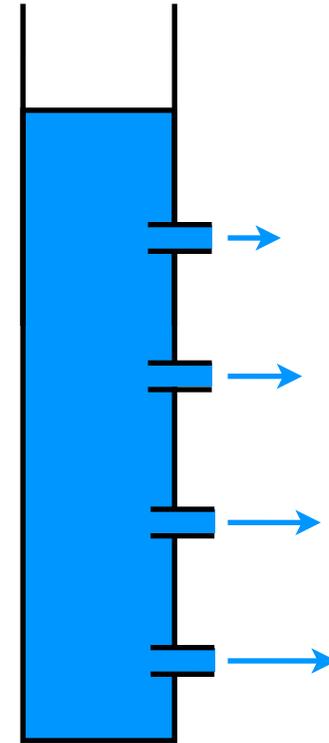
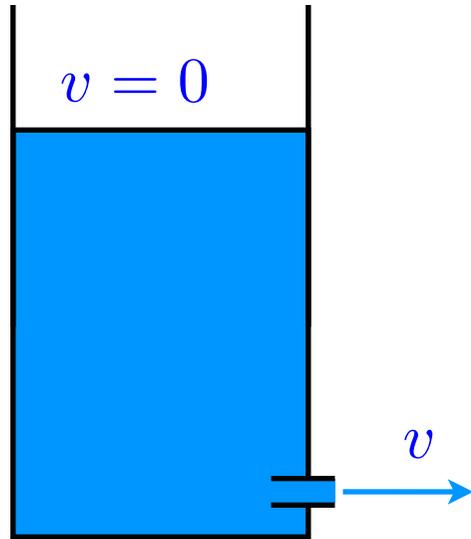
énergie cinétique :  $\Delta K = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

énergie potentielle :  $\Delta U = m g z_2 - m g z_1$

$$W = \Delta U + \Delta K \longrightarrow (p_1 - p_2)V = \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 + \rho V g z_2 - \rho V g z_1$$

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = C$$

- Loi de Torricelli :



*Bernoulli :*  $\rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2$

$v = \sqrt{2gh} \longrightarrow$  *c'est une simple chute libre !*

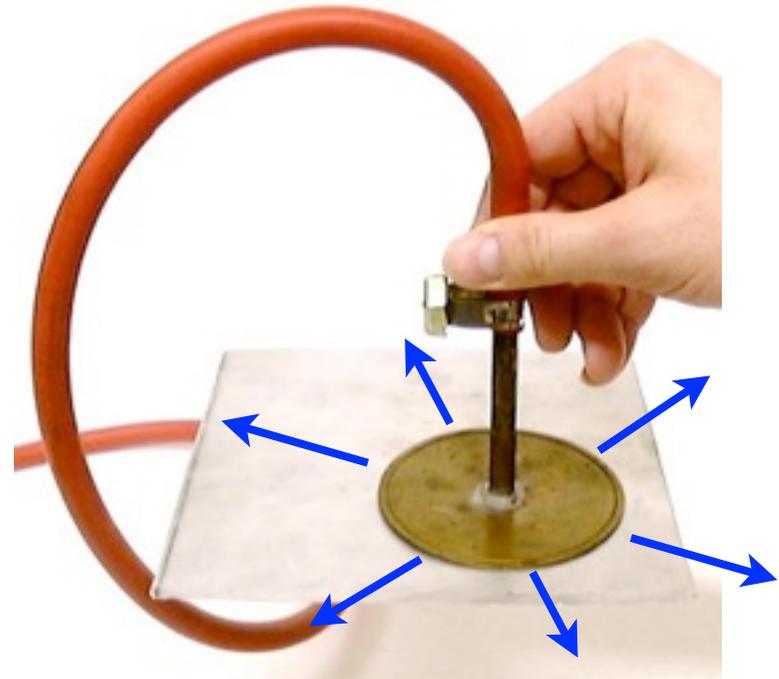
- Effet Venturi

Bernoulli simplifié : 
$$\Delta p = -\frac{1}{2} \rho \Delta v^2$$

Une dépression se crée là où le fluide s'écoule rapidement.

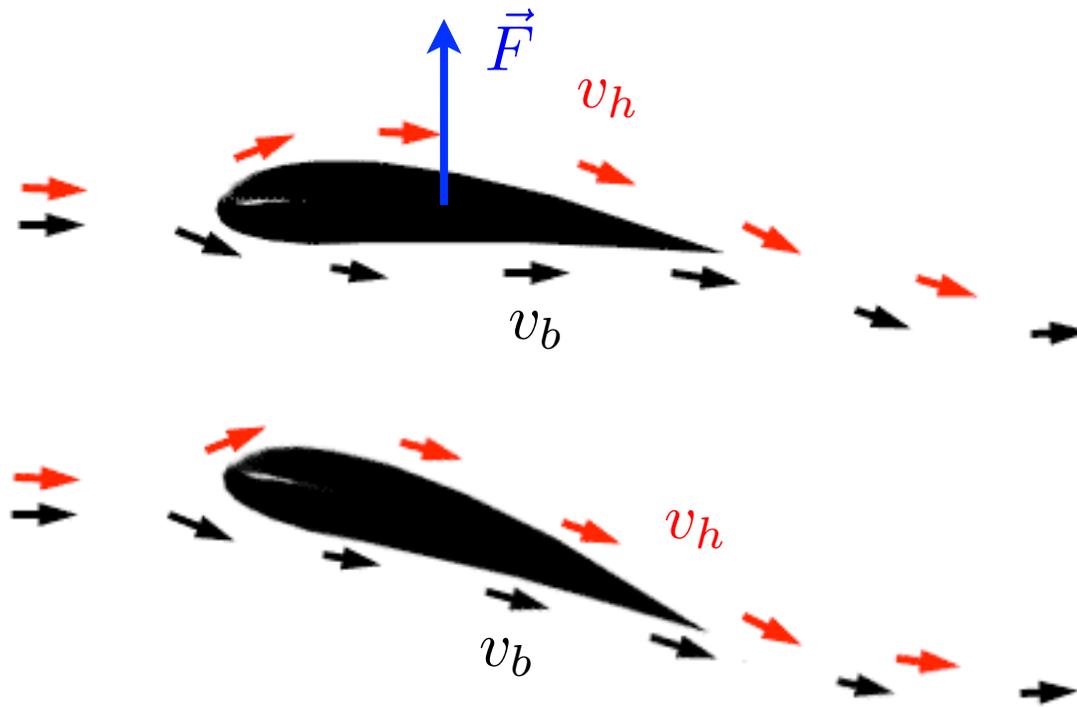
- Expérience : balle de ping-pong :

- Adhésion :



flux d'air

- Portance des ailes d'avions :

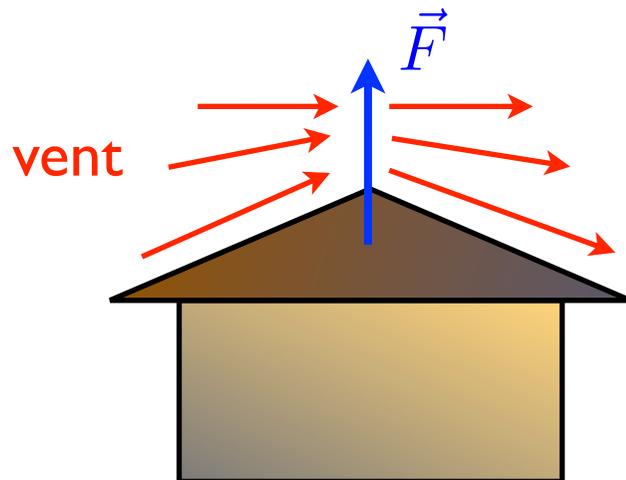


$$v_b < v_h$$

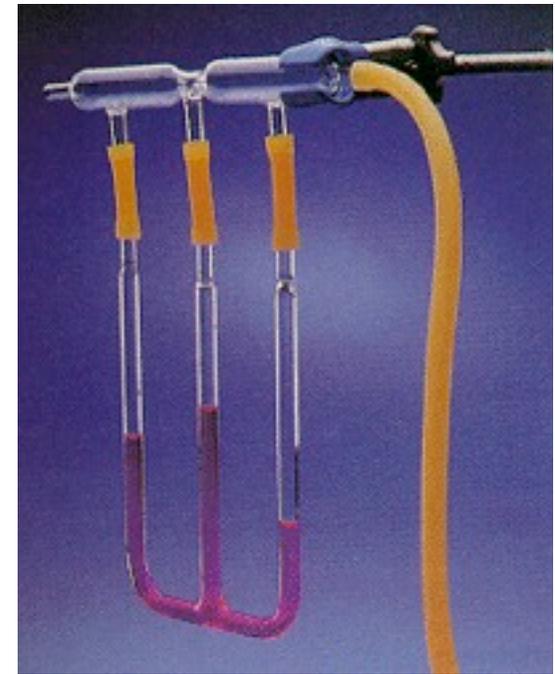
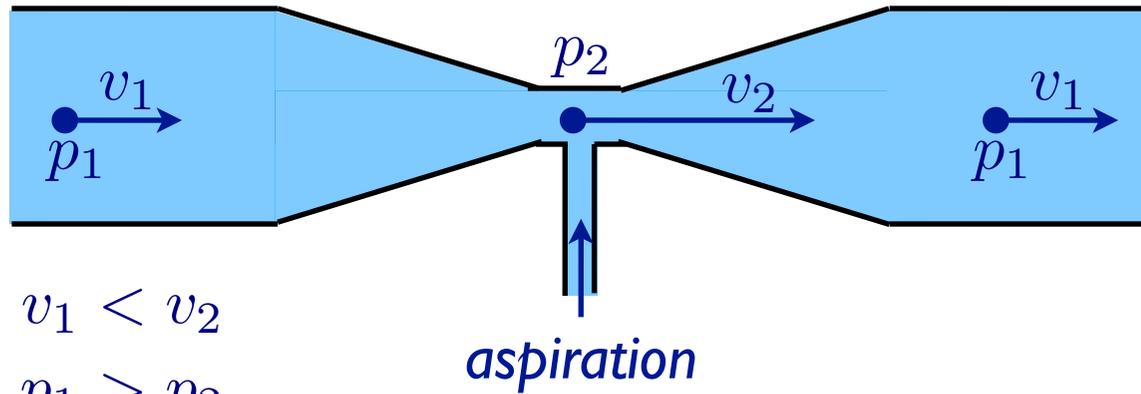
$$p_b > p_h$$

$$v_b \approx v_h$$

- Tempêtes et toitures :



- Tube de Venturi :



- Application : approcher le vide

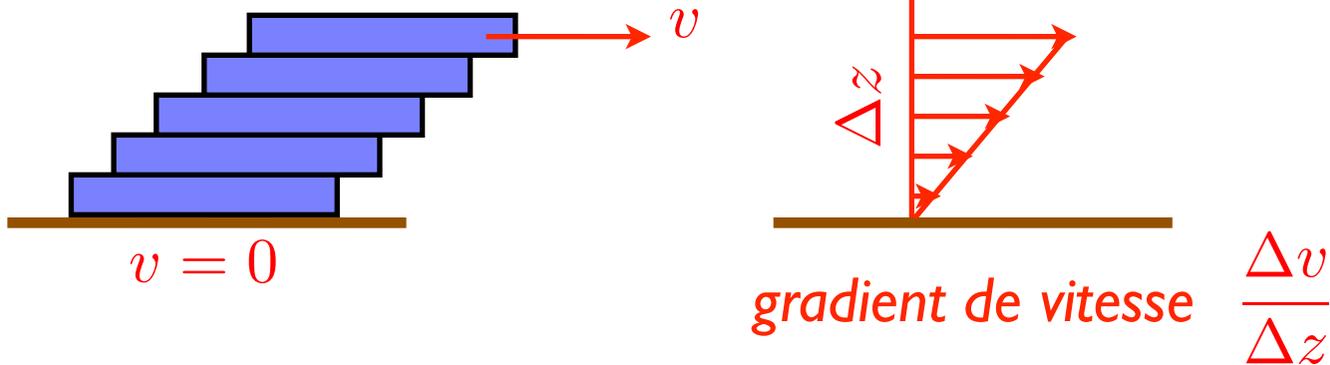


$10^{-2}$  atm

- Autre application : sprays

# 8. Viscosité

- Définition : en écoulement laminaire, des couches de fluide de surface  $S$  glissent les unes sur les autres : *force de frottement entre les couches*.



frottement :

$$F_f = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta z}$$

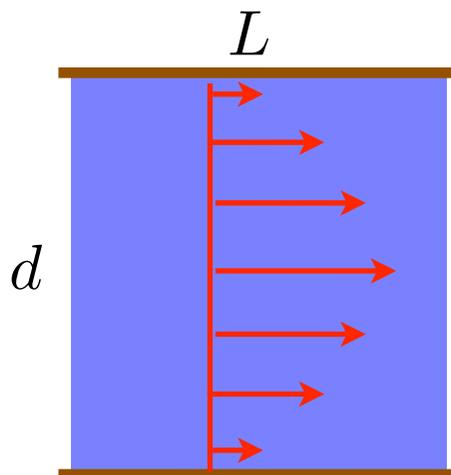
*Les frottements visqueux impliquent une dissipation d'énergie.*

- Unités de la viscosité :  $[\text{Pa s}]$

- Valeurs typiques de la viscosité :

fluide	$\eta$ [Pa s]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]
air	$2 \cdot 10^{-5}$	1.25
eau	$10^{-3}$	1000
huile	0.08	900
miel	$10^3$	-
verre fondu	$10^{12}$	-

- Loi de Poiseuille : débit dans un tube cylindrique



$$Q = \frac{\pi \Delta p d^4}{8 \eta L}$$

*profil de vitesse parabolique*

- Frottement visqueux :

*Un objet sphérique placé dans un fluide en écoulement laminaire subit une force.*

$$F = 6\pi\eta Rv$$

*loi de Stokes*

- Chute dans un fluide visqueux : **vitesse limite**

- Turbulence : les tourbillons produisent une chute de pression

*force de frottement supplémentaire :*

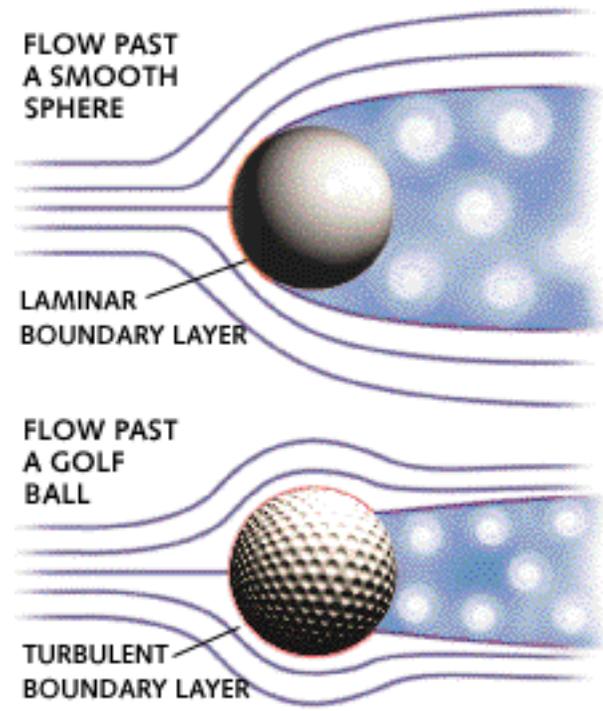
$$F = C \frac{\rho}{2} A v^2$$

*C est le coefficient de résistance qui varie de 0.05 à 1.3*

- Nombre de Reynolds :  
rapport des forces de frottement turbulence/laminaire

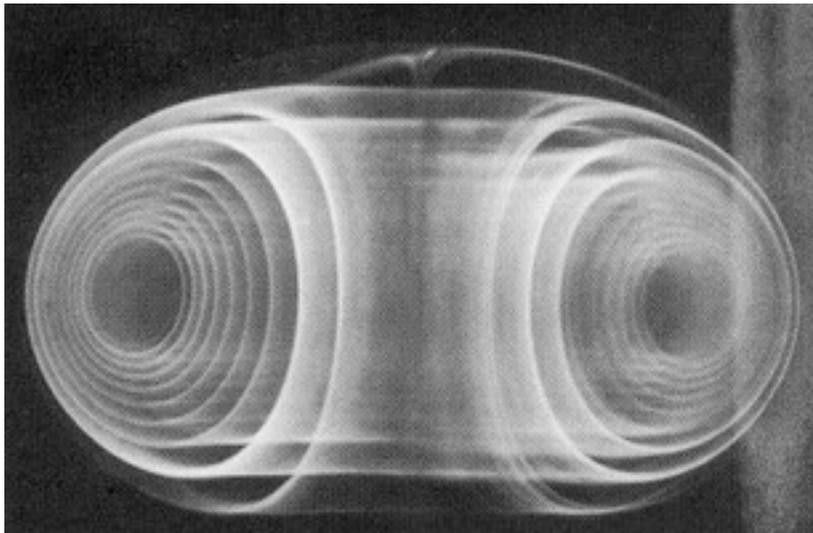
$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

- écoulement laminaire si  $Re < 1$
- écoulement turbulent si  $Re > 1$



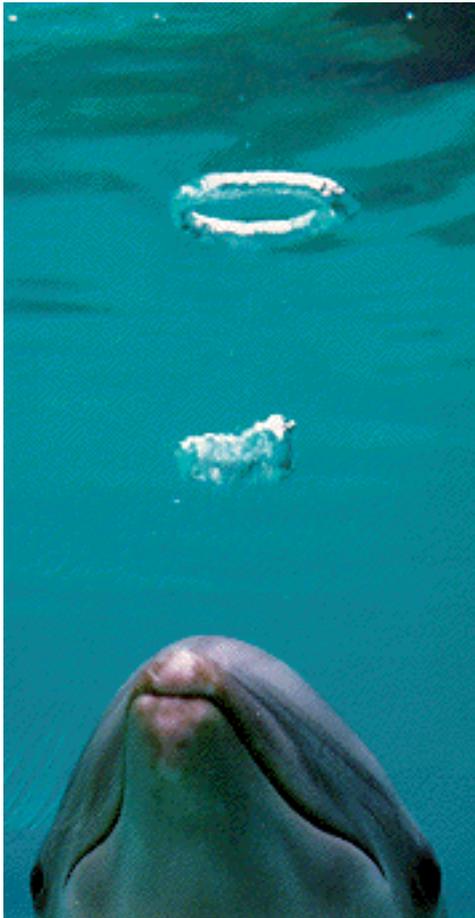
- Ronds de fumée :

Etna, Sicile.



enroulement !

- Autres anneaux : dans l'eau !



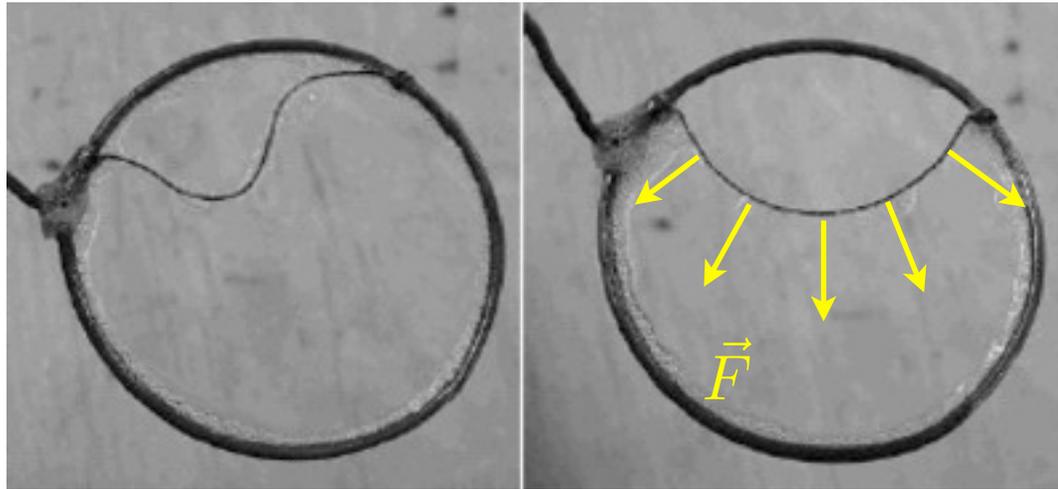
dauphins



PMMH, ESPCI, Paris.

# 9. Tension superficielle

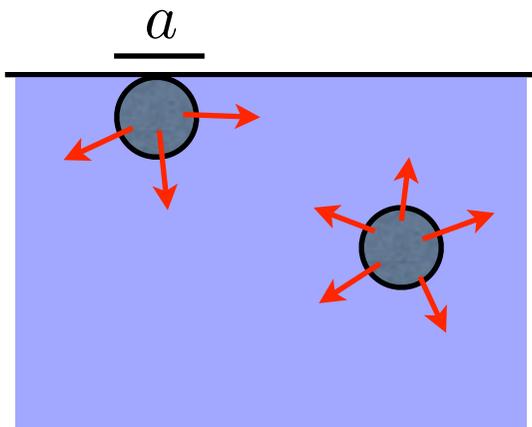
- Définition :



$$F = 2\gamma l$$

*force par unité de longueur*

- Origine à l'échelle moléculaire : déficit en énergie de cohésion



$$\gamma \approx \frac{U}{2a^2}$$

*énergie par unité de surface*

- Valeurs typiques : l'eau a une tension superficielle élevée !

liquid	$\gamma$ [N/m]
huile	0,021
eau + savon	0,030
glycérol	0,063
eau	0,072
mercure	0,500

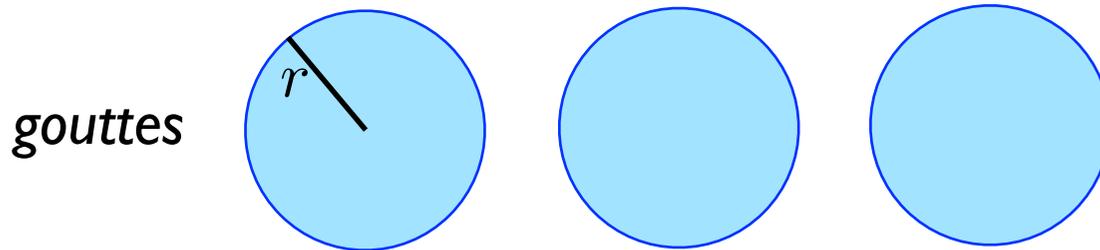
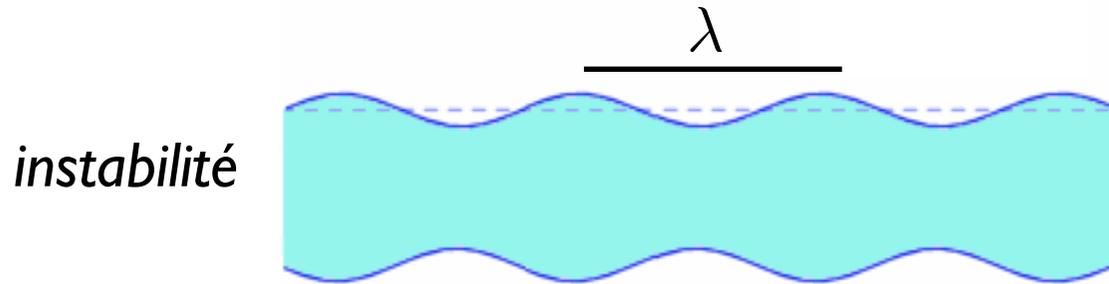
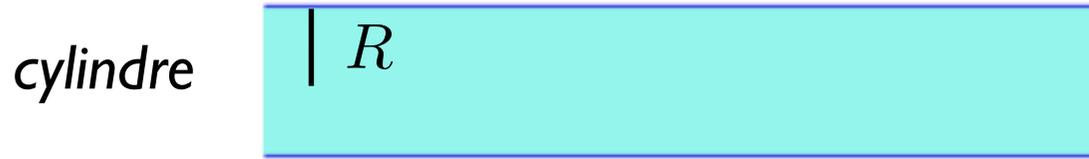
→ l'ajout de savon diminue

- Forme idéale des fluides : sphère



A volume équivalent, la sphère minimise la...

- Instabilité de Plateau-Rayleigh :



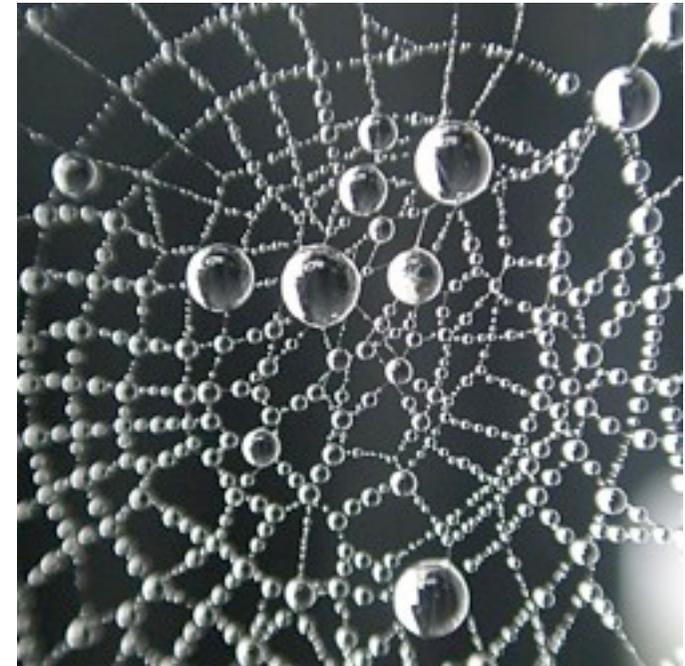
$$V_0 = \pi R^2 L = n \frac{4}{3} \pi r^3 = V_n$$

$$\frac{S_n}{S_0} = \frac{n 4\pi r^2}{2\pi R L}$$

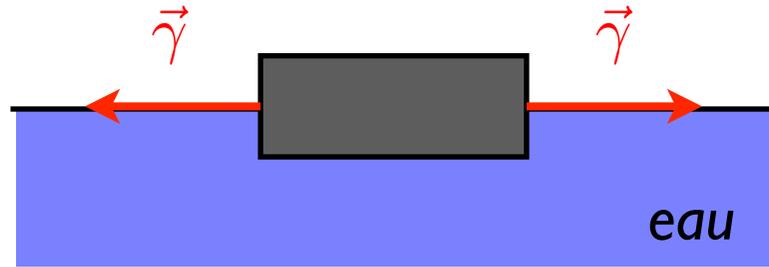
$$r > \frac{3}{2} R$$

*condition de Plateau*

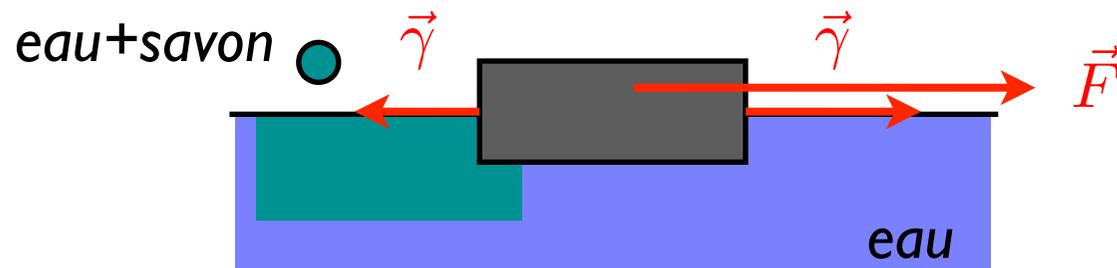
Un cylindre de liquide se décompose spontanément pour former des goutelettes.



- Expérience du bateau :



Objet au repos



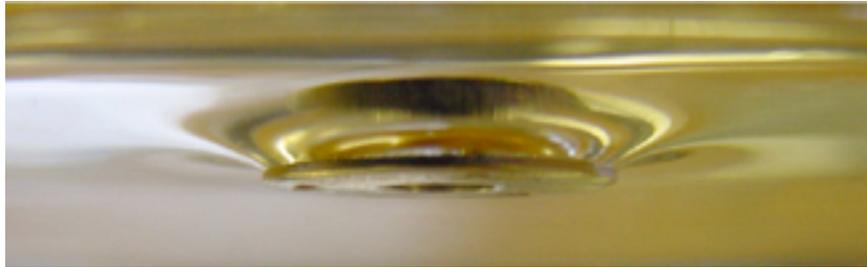
Déplacement de l'objet

La tension superficielle peut induire des mouvements.

- Objets en surface : punaise



*vue du dessus*

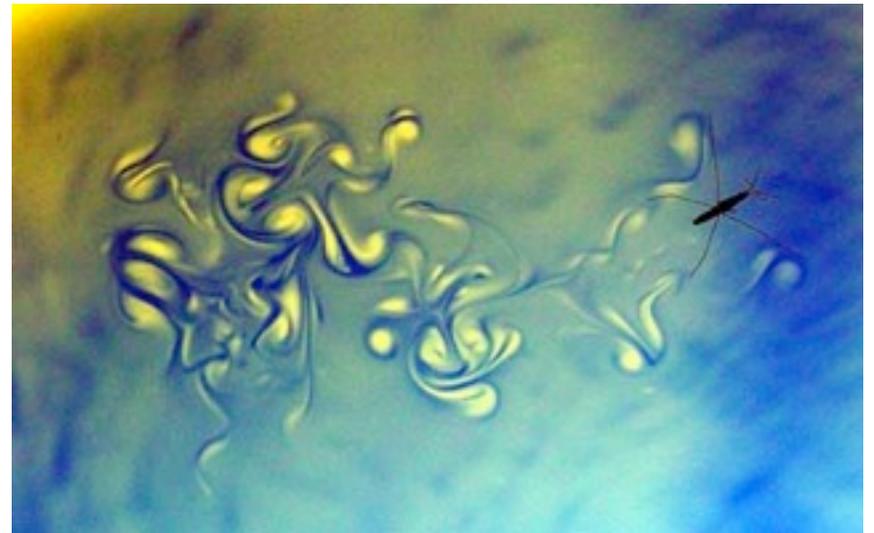


*vue du dessous*

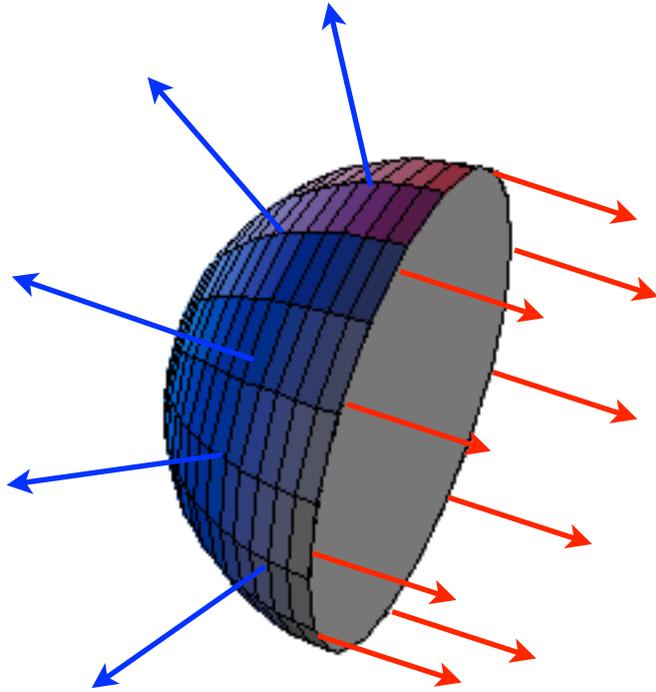
- Insectes surfeurs :



*gerris remigis*



- Loi de Laplace :

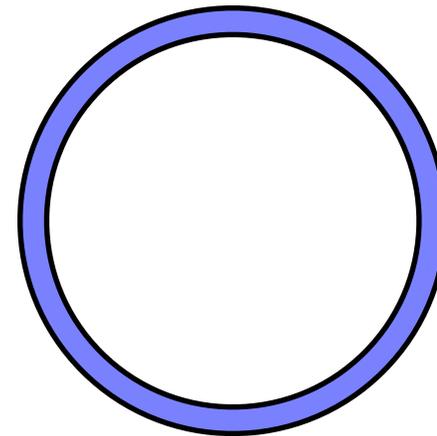


*forces capillaires* = *forces de pression*

$$\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$$

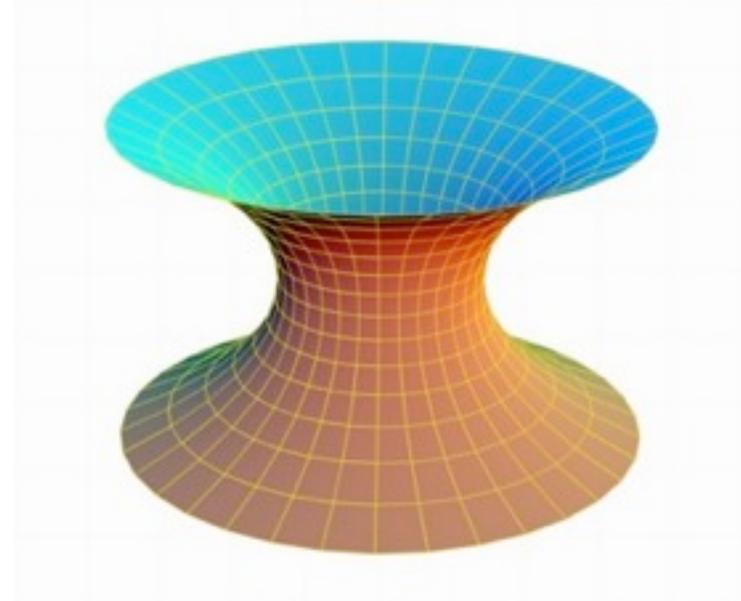
- Bulle de savon : deux interfaces :

$$\Delta p = \frac{4\gamma}{R}$$



- Loi de Laplace généralisée : courbure

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right) = \gamma C$$

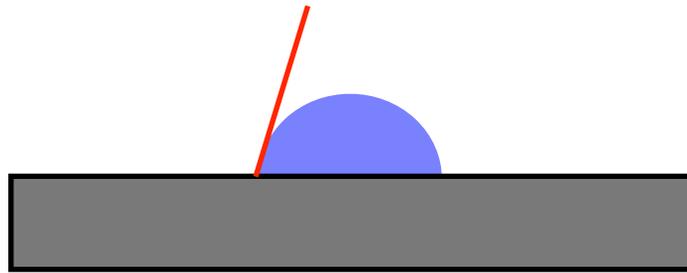


*caténoïde : surface à courbure nulle*

- Adhésion capillaire : châteaux de sable



- Contact liquide/solide :

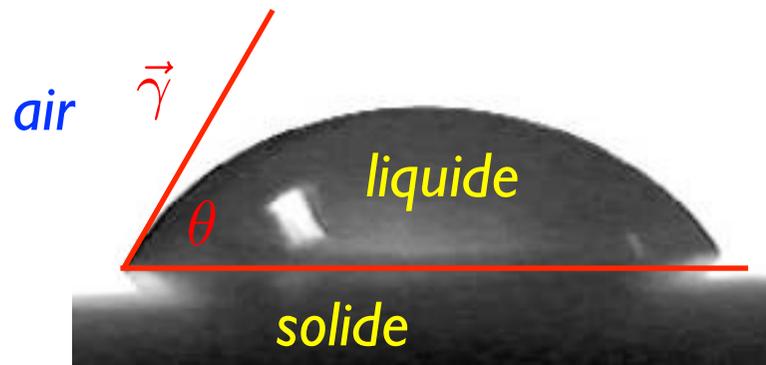


*forme sphérique*



*flaque*

- **Angle de contact** : quelle que soit la taille de la goutte



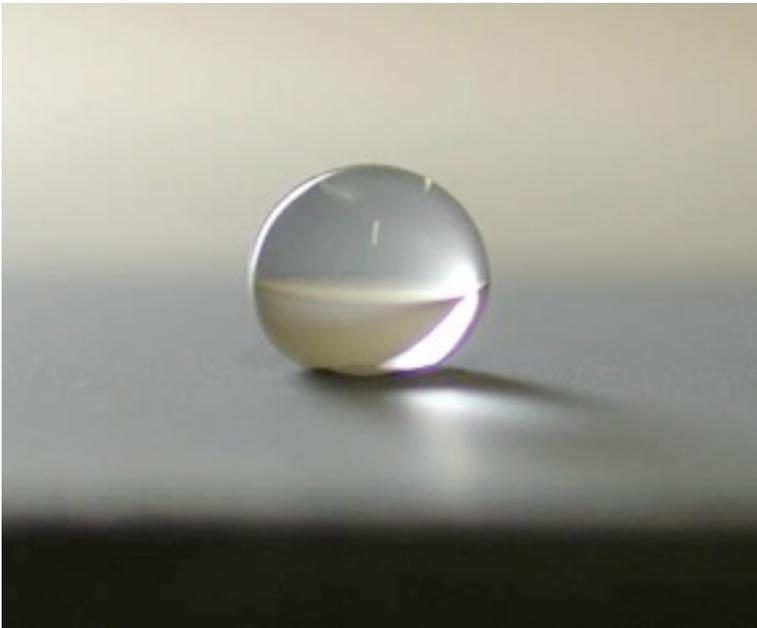
*jonction triple : air, liquide, solide*

mouillant :  $\theta < 90^\circ$     *interaction forte solide /liquide*  
non-mouillant :  $\theta > 90^\circ$     *interaction faible solide/liquide*

- Exemples typiques :

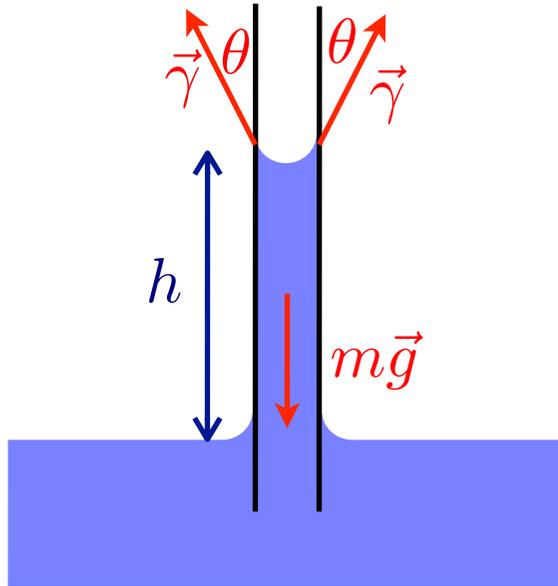
systeme	angle de contact
eau/verre	15
eau/parafine	115
mercure/verre	140

- Surfaces superhydrophobes : l'eau "glisse" sur ces surfaces



- vêtements imperméables
- pare-brises des voitures
- etc...

- Montée capillaire :



*force capillaire = poids de la colonne de liquide*

$$2\pi R\gamma \cos \theta = f = \rho g V = \rho g \pi R^2 h$$

$$h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g R}$$

Loi de Jurin



- Remarque : *Pour un liquide non-mouillant, le liquide descend dans le tube !*