Simplexe forme Tableau

Exercice corrigés

Exercice N° 1 :

Soit le problème de Programmation linéaire suivant :

Max $Z = 3x_1 + 2x_2$

$x_1 + 2x_2 \quad <= 7$

$2 x_1 + x_2 \quad <= 8$

$- x_1 + x_2 \quad <= 2$

Standardisation et Solution Initiale

1 2 1 0 0 = 7

2 1 0 1 0 = 8

-1 1 0 0 1 = 2

Hors base ={ 1 2 } Base ={ 3 4 5

X =(0 0 7 8 2) Z = 0

Itération : 1

C - Zj = (0 0.5 0 -1.5 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 3 r = 1 La variable entrante est : x1

critere de sortie = { 7 4 10000 k = 2 La variable sortante est : x4

Le pivot A(2,1) = 2

0 1.5 1 -0.5 0 = 3

1 0.5 0 0.5 0 = 4

0 1.5 0 0.5 1 = 6

Hors base ={ 4 2 } Base ={ 3 1 5

X =(4 0 3 0 6) Z = 12

Itération : 2

C - Zj = (0 0 -0.33333 -1.3333 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 0.5 r = 2 La variable entrante est : x2

critere de sortie = { 2 8 4 k = 1 La variable sortante est : x3

Le pivot A(1,2) = 1.5

0 1 0.66667 -0.33333 0 = 2

1 0 -0.33333 0.66667 0 = 3

0 0 -1 1 1 = 3

Hors base ={ 4 3 } Base ={ 2 1 5

X =(3 2 0 0 3) Z = 13

Itération : 3

Hors base = { 4 3 }   Les   Cj - Zj   sont tous négatifs ou nuls   :   { -1.3333   -0.33333   }

****************** Donc la solution précédente est la Solution Optimale

<u>Exercice N° 2:</u>

Soit le problème de Programmation linéaire suivant :

Max   Z = $20x_1 + 15x_2 + 18x_3$

$15x_1 + 10x_2 + 4x_3 \quad <= 80$

$15x_1 + 12x_2 + 5x_3 \quad <= 120$

$7x_1 + 21x_2 + 3x_3 \quad <= 84$

Standardisation et Solution Initiale

15 10   4   1   0   0 = 80

15 12   5   0   1   0 = 120

7 21   3   0   0   1 = 84

Hors base ={ 1 2 3 }   Base ={ 4 5 6

X =(0   0   0   80 120   84)   Z = 0

Itération :   1

C - Zj = (0   1.66667   12.6667   -1.33333   0   0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 20   r = 1   La variable entrante est : x_1

critere de sortie = { 5.33333   8   12 }   k = 1   La variable sortante est : x_4

Le pivot A(1,1) = 15

1   0.66667   0.26667   0.066667   0   0   = 5.3333

0   2   1   -1   1   0   = 40

0   16.3333   1.13333   -0.466667   0   1   = 46.6667

Hors base ={ 4 2 3 } Base ={ 1 5 6

X =(5.33333 0 0 0 40 46.6667) Z = 106.6667

Itération : 2

C - Zj = (-47.5 -30 0 -4.5 0 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 12.6667 r = 3 La variable entrante est : x_3

critere de sortie = { 20 40 41.1765 k = 1 La variable sortante est : x_1

Le pivot A(1,3) = 0.26667

3.75 2.5 1 0.25 0 0 = 20

-3.75 -0.5 0 -1.25 1 0 = 20

-4.25 13.5 0 -0.75 0 1 = 24

Hors base ={ 4 2 1 } Base ={ 3 5 6

X =(0 0 20 0 20 24) Z = 360

Itération : 3

Hors base = { 4 2 1 } Les Cj - Zj sont tous négatifs ou nuls : { -4.5 -30 -47.5 }

Donc la solution précédente est la Solution Optimale .

<u>Exercice N° 2:</u>

Soit le problème de Programmation linéaire suivant :

Max Z = $66x_1 + 84x_2$

$3x_1 + 4x_2 \leq 4200$

$x_1 + 3x_2 \leq 2250$

$2x_1 + 2x_2 \leq 2600$

$x_1 \leq 1100$

Standardisation et Solution Initiale

3 4 1 0 0 0 = 4200

1 3 0 1 0 0 = 2250

2 2 0 0 1 0 = 2600

1 0 0 0 0 1 = 1100

Hors base = { 1 2 } Base ={ 3 4 5 6

X = (0 0 4200 2250 2600 1100) Z = 0

Itération : 1

C - Zj = (38 0 0 -28 0 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 84 r = 2 La variable entrante est : x_2

critere de sortie = { 1050 750 1300 10000 k = 2 La variable sortante est : x_4

Le pivot A(2,2) = 3

1.6667	0	1	-1.3333	0	0	=	1200
0.33333	1	0	0.33333	0	0	=	750
1.3333	0	0	-0.66667	1	0	=	1100
1	0	0	0	0	1	=	1100

Hors base ={ 1 4 } Base ={ 3 2 5 6

X =(0 750 1200 0 1100 1100) Z = 63000

Itération : 2

C - Zj = (0 0 -22.8 2.4 0 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 38 r = 1 La variable entrante est : x_1

critere de sortie = { 720 2250 825 1100 k = 1 La variable sortante est : x_3

Le pivot A(1,1) = 1.6667

1	0	0.6	-0.8	0	0	= 720
0	1	-0.2	0.6	0	0	= 510
0	0	-0.8	0.4	1	0	= 140
0	0	-0.6	0.8	0	1	= 380

Hors base ={ 3 4 } Base ={ 1 2 5 6

X =(720 510 0 0 140 380) Z = 90360

Itération : 3

C - Zj = (0 0 -18 0 -6 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 2.4 r = 4 La variable entrante est : x_4

critere de sortie = { 10000 850 350 475 k = 3 La variable sortante est : x_5

Le pivot A(3,4) = 0.4

1	0	-1	0	2	0	= 1000
0	1	1	0	-1.5	0	= 300
0	0	-2	1	2.5	0	= 350
0	0	1	0	-2	1	= 100

Hors base ={ 3 5 } Base ={ 1 2 4 6

X =(1000 300 0 350 0 100) Z = 91200

Itération : 4

Hors base = { 3 5 } Les Cj - Zj sont tous négatifs ou nuls : { -18 -6 }

Donc la solution précédente est la Solution Optimale.

Exercice N° 4:

Soit le problème de Programmation linéaire suivant :

Max $Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3$

$x_1 + x_2 + 2x_3 <= 4$

$2x_1 + 0x_2 + 3x_3 <= 5$

$2x_1 + x_2 + 3x_3 <= 7$

Standardisation et Solution Initiale

1 1 2 1 0 0 = 4

2 0 3 0 1 0 = 5

2 1 3 0 0 1 = 7

Hors base ={ 1 2 3 } Base ={ 4 5 6

X =(0 0 0 4 5 7) Z = 0

Itération : 1

C - Zj = (0.33333 2 0 0 -1.3333 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 4 r = 3 La variable entrante est : x3

critere de sortie = { 2 1.6667 2.3333 k = 2 La variable sortante est : x5

Le pivot A(2,3) = 3

-0.33333 1 0 1 -0.66667 0 = 0.66667

0.66667 0 1 0 0.33333 0 = 1.6667

0 1 0 0 -1 1 = 2

Hors base ={ 1 2 5 } Base ={ 4 3 6

X =(0 0 1.6667 0.66667 0 2) Z = 6.6667

Itération : 2

C - Zj = (1 0 0 -2 0 0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 2   r = 2   La variable entrante est :   x2

critere de sortie = { 0.666666667   10000   2 k = 1   La variable sortante est :   x4

Le pivot A(1,2) = 1

-0.33333	1	0	1	-0.66667	0	= 0.66667
0.66667	0	1	0	0.33333	0	= 1.6667
0.33333	0	0	-1	-0.33333	1	= 1.3333

Hors base ={ 1 4 5 }   Base ={ 2 3 6

X =(0   0.66667   1.6667   0   0   1.3333)   Z = 8

Itération :   3

C - Zj = (0   0   -1.5   -2   -0.5   0)

Critere d'entrée Cr - Zr = 1   r = 1   La variable entrante est :   x1

critere de sortie = { 10000   2.5   4 k = 2   La variable sortante est :   x3

Le pivot A(2,1) = 0.66667

0	1	0.5	1	-0.5	0	= 1.5
1	0	1.5	0	0.5	0	= 2.5
0	0	-0.5	-1	-0.5	1	= 0.5

Hors base ={ 3 4 5 }   Base ={ 2 1 6

X =(2.5   1.5   0   0   0   0.5)   Z = 10.5

Itération :   4

Hors base = { 3 4 5 }   Les   Cj - Zj   sont tous négatifs ou nuls   :   { -1.5   -2   -0.5   }

Donc la solution précédente est la Solution Optimale .