TEMA 7: Análisis de la Capacidad del Proceso

1 Introducción

2 Índices de capacidad

3 Herramientas estadísticas para el análisis de la capacidad

4 Límites de tolerancia naturales

1. Introducción

La capacidad de un proceso de fabricación se suele interpretar como su aptitud para producir artículos de acuerdo con las especificaciones. También se suele interpretar como la aptitud del proceso o de una sola máquina para cumplir los límites de tolerancia. En este tema se introducen algunas medidas e la capacidad de un proceso. El análisis de la capacidad de un proceso deberá realizarse cuando dicho proceso esté bajo control. Dicho análisis se suele iniciar cuando se necesita estudiar un nuevo proceso, cuando se ha modificado alguna de las partes esenciales del proceso, cuando se han emplazado una o más máquinas en otro lugar, cuando ha habido un reajuste en el funcionamiento de las máquinas, cuando los gráficos de control muestran cierta inestabilidad, etc.

El análisis estadístico de la capacidad del proceso suele comenzar con un estudio de éste para realizar estimaciones de los parámetros fundamentales que definen su funcionamiento; especialmente, de los parámetros que determinan su variabilidad. Este último aspecto es esencial, puesto que se puede considerar como un indicador de la uniformidad en el rendimiento. Se suelen analizar dos tipos de variabilidad:

- La variabilidad instantánea, en un instante dado t, que determina la capacidad del proceso a corto plazo

- La variabilidad en el transcurso del tiempo, que determina la capacidad del proceso a largo plazo.

El análisis de la capacidad del proceso a través de su variabilidad requiere el conocimiento o la estimación de la distribución de la característica estudiada, o bien la estimación de los parámetros que definen dicha variabilidad. Los gráficos de control estudiados en el tema anterior proporcionan una herramienta útil para el análisis de la capacidad del proceso; en particular, como estimación de la capacidad del proceso se considera el porcentaje de variabilidad que queda dentro de los límites de control del diagrama. Por ejemplo, con una herramienta básica como el histograma se puede obtener una primera aproximación de la distribución de la característica estudiada y realizar una primera estimación del porcentaje de la producción que verifica las especificaciones.

2. Índices de capacidad

En esta sección se consideran algunos índices que proporcionan una medida de la capacidad.

Para una variable aleatoria X que representa la característica de la calidad que se pretende controlar en el producto fabricado, la variabilidad de X determina el nivel de calidad del producto. Una primera aproximación es proporcionada por los límites de 6σ que definen una situación de control del proceso. Esta medida de la variabilidad del proceso está asociada a la consideración de un escenario gaussiano donde el intervalo $\mu \pm 3\sigma$ incluye aproximadamente al 99.7 % de los valores de la característica X considerada. Los límites de dicho intervalo definen las tolerancias naturales o intrínsecas del proceso. La interpretación de dicha medida no es directa y sería de utilidad la construcción de una medida en términos relativos. Se consideran los límites de especificación (LIE y LSE) que definen el rango de valores de X que se han establecido como permisibles. Asimismo, el valor objetivo, definido por el valor medio poblacional μ se supondrá centrado respecto a los límites de especificación. Se define entonces el *índice de capacidad estándar del proceso* como

$$IC = \frac{LSE - LIE}{6\sigma}.$$

Este índice relaciona la diferencia entre los límites de especificación (establecidos) y un múltiplo de la desviación típica de la característica estudiada, que está asociado a la variabilidad del proceso y, por tanto, a las tolerancias naturales. Para $IC = 1$ el proceso fabrica un 0,3 % de artículos defectuosos (bajo normalidad). Si $IC < 1$, el proceso fabrica una proporción de defectuosos superior al 0,3 %; dicha proporción aumenta según nos alejamos de la unidad. En este caso habrá que actuar sobre el proceso para incrementar su capacidad. Si $IC > 1$, el proceso fabrica una proporción de defectuosos inferior al 0,3 %; dicha proporción disminuye según IC se aleja de la unidad. La frecuencia de muestreo y la fracción de muestreo dependen de los valores de este índice. Para índices inferiores a la unidad se suelen inspeccionar todas las unidades. En cambio, un incremento de este índice por encima de la unidad permite disminuir la frecuencia de muestreo y, por tanto, el número de unidades que se inspeccionan.

En ocasiones, en el análisis de la capacidad del proceso interesa realizar un estudio sobre la variabilidad de una sola máquina (sin otros factores externos), investigando su capacidad en periodos cortos de tiempo frente a factores externos fijos. Se pueden considerar este u otros aspectos para el diseño de índices de capacidad. Así se tienen los siguientes índices:

(i) Índice de capacidad para una máquina:

$$IC_m = \frac{LSE - LIE}{8\sigma}.$$

(ii) Índice de capacidad 'unilateral':

$$IC_k = \text{mín}\left\{\frac{LSE-\mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LIE}{3\sigma}\right\}.$$

(iii) Índice de capacidad para una máquina 'unilateral':

$$IC_{mk} = \text{mín}\left\{\frac{LSE-\mu}{4\sigma}, \frac{\mu - LIE}{4\sigma}\right\}.$$

(iv) Índice de capacidad inverso

$$IC_i = \frac{1}{IC}.$$

(v) Índice de capacidad modificado:

$$IC_{md} = \frac{LSE - LIE}{6\widetilde{\sigma}},$$

donde

$$\widetilde{\sigma} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2}{n-1}\right)^{1/2}.$$

(vi) Índice de capacidad especial:

$$K = \frac{\bar{X}-\mu}{LSE - LIE/2}.$$

3. Herramientas estadísticas para el análisis de la capacidad

Según se ha comentado en la Introducción, el análisis de la capacidad requiere del conocimiento o la estimación de la distribución. Adicionalmente, según se han diseñado los límites de tolerancia naturales, la suposición de normalidad debe contrastarse para una interpretación adecuada de los índices de capacidad. Por tanto, en el análisis de la capacidad del proceso se suelen utilizar las siguientes herramientas:

(i) Histogramas.

(ii) Diagramas de probabilidades.

(iii) Gáficos de control.

(iv) Diseño de experimentos.

En una primera fase, para el análisis exploratorio de los datos, la forma del histograma nos proporciona una primera aproximación sobre el grado de normalidad de los datos. Los diagramas de probabilidades son una alternativa a los histogramas, permitiendo obtener una primera aproximación sobre la forma, el valor central y la dispersión de la característica de la calidad estudiada. En una segunda fase, para un análisis más preciso sobre la distribución de los datos, los contrastes de bondad de ajuste proporcionan una herramienta útil.

En el tema anterior se ha estudiado el papel de los gráficos de control en el análisis de la capacidad del proceso, considerándose diferentes diseños de los mismos para controlar que el proceso se mantega en torno a un valor umbral (medio), o bien en torno a unos valores especificados, con unos niveles de variabilidad establecidos por los límites de control que definen los gráficos para las medidas de dispersión correspondientes. En relación con la aplicación de la técnica de diseño de experimentos, se tiene que la determinación de las variables (factores) de entrada que influyen en la variable respuesta (salida o característica de la calidad estudiada) es fundamental para definir unas condiciones apropiadas que permitan, mediante selección de los niveles óptimos de cada factor, minimizar la variabilidad de la característica de la calidad estudiada, es decir, aislar las fuentes de variabilidad del proceso.

La selección de un proceso óptimo de fabricación frente a diferentes alternativas se puede realizar a partir de la estimación de la capacidad o el rendimiento de los procesos involucrados en las alternativas. Sin embargo, en algunos casos no se dispone de la información suficiente para obtener dicha estimación. Se pueden aplicar entonces técnicas de simulación estocástica que permitan establecer valores a priori de la capacidad.

4. Límites de tolerancia naturales

En los temas anteriores y en la sección anterior se han considerado como límites de tolerancia naturales los límites $\mu \pm 3\sigma$. Este concepto se puede generalizar en varios sentidos; por ejemplo, se puede considerar un múltiplo arbitrario de la desviación típica poblacional, σ, o bien se puede considerar que la población no es normal. En un sentido más amplio, los límites de tolerancia naturales de un proceso son aquéllos que contienen cierta fracción $1-\alpha$ de la distribución de la característica de la calidad estudiada.

En el caso en que la distribución de la característica estudiada es normal (análogamente cuando es conocida), se tiene que, para μ y σ conocidos, los límites de tolerancia naturales que contienen al $100(1-\alpha)\,\%$ de los valores se la característuca estudiada son $\mu \pm Z_{\alpha/2}\sigma$. Cuando μ y σ son desconocidos, entonces se debe calcular una estimación de los mismos. Más concretamente, a partir de una muestra de tamaño n, se calculan $\bar{X}$ y S^2. La aproximación obtenida de los límites de tolerancia sería $\bar{X} \pm Z_{\alpha/2}S$, que habrá que corregir para asegurar que se está considerando el $100(1-\alpha)\,\%$ de los valores de la característica estudiada. Por ejemplo, se puede determinar o calcular un valor M tal que una fracción β de los intervalos $\bar{X} \pm MS$ incluya, por lo menos, a un $100(1-\alpha)\,\%$ de los valores. Los valores de M están tabulados para diferentes tamaños muestrales, valores de β y valores de α. Cuando el tamaño muestral aumenta, el valor de M tiende al valor poblacional. Esta característica diferencia claramente a los límites de tolerancia aproximados de los límites de confianza, puesto que en el último caso la amplitud del intervalo de confianza tiende a cero cuando el tamaño muestral tiende a infinito.

Cuando la distribución de la característica estudiada no se conoce, se pueden utilizar métodos no paramétricos basados en la distribución de los valores extremos muestrales. Una aproximación al tamaño muestral que hay que considerar para asegurar con una probabilidad β que un $100(1-\alpha)\,\%$ de los valores se encuentra entre el menor y el mayor valor muestral observados viene dada por

$$n \approx \frac{1}{2} + \left(\frac{2-\alpha}{\alpha}\right)\frac{\chi^2_{1-\beta}, 4}{4}.$$

La distribución de Pareto Generalizada es utilizada como aproximación para el cálculo de la distribución condicionada de valores extremos, cuando el parámetro umbral es suficientemente grande.