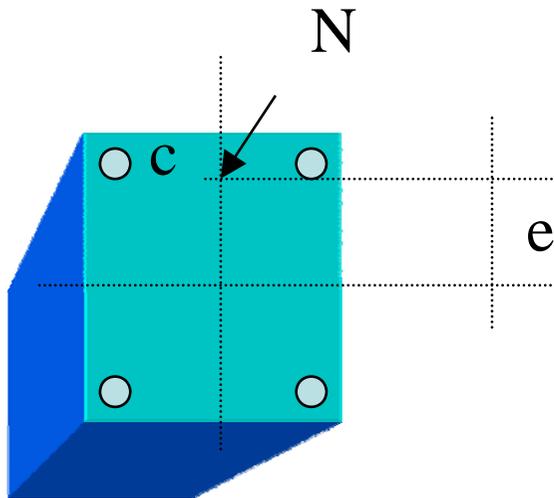


- **Stato limite ultimo di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione**
 - SLU per sezioni rettangolari in c.a. con doppia armatura
 - determinazione del campo di rottura
 - determinazione del momento ultimo
 - Esempio: verifica di sezione rettangolare a doppia armatura
 - Prescrizioni normative

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta

Definizione del Problema

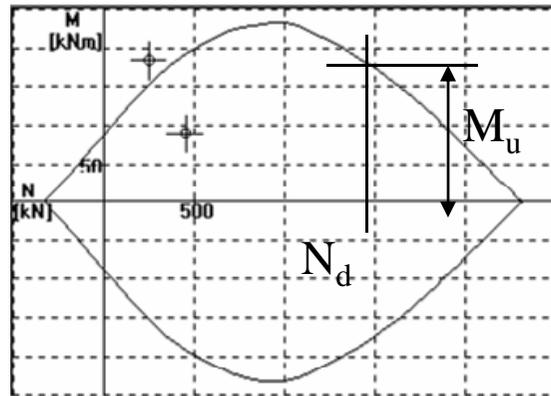


Si consideri una sezione rettangolare in c.a. con doppia armatura soggetta a pressione applicata al centro di pressione c con eccentricità e . Ragioni di equivalenza statica permettono di considerare la sollecitazione come composta da una forza applicata al baricentro della sezione e un momento flettente pari a $M=N \times e$.

Si vuole effettuare la verifica di resistenza allo stato limite ultimo, valutando quindi lo sforzo Normale e il Momento ultimo che la sezione è capace di esplicare nel rispetto delle condizioni di equilibrio e di congruenza della sezione.

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta

Definizione del Problema



Esempio di dominio di Resistenza

Naturalmente esistono infinite coppie N, M che rispettano tali condizioni. Resta dunque individuata una regione detta dominio di resistenza al di fuori del quale il limite ultimo della sezione viene superato.

La verifica consiste dunque nel verificare che

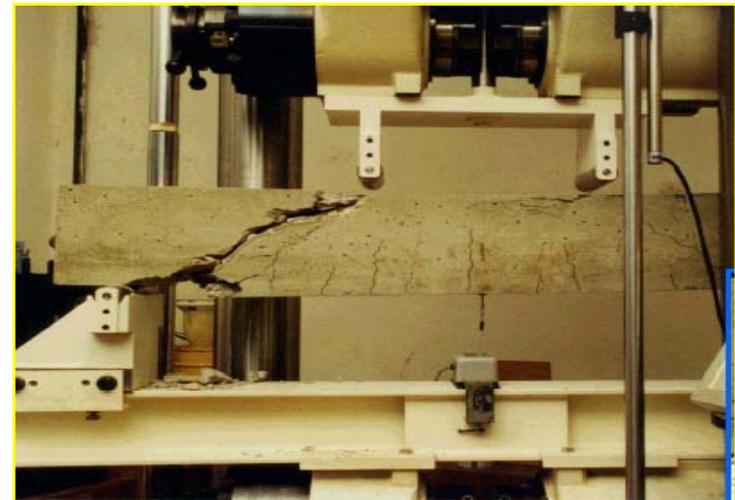
$$M_u(N_d) \geq M_d$$

controllando che N_d non superi il valore massimo esplicabile dalla sezione.

In quanto segue si farà riferimento alle **NTC08**

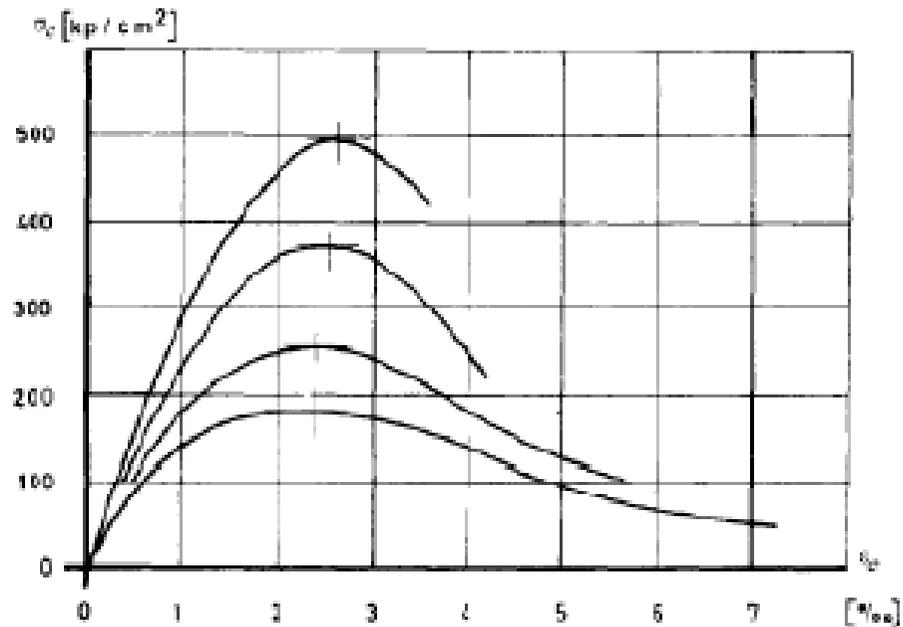
Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (generali)

1. Le sezioni si conservano piane (legge lineare delle deformazioni)
2. Il calcestruzzo teso non è reagente
3. Non vi è scorrimento relativo tra acciaio e cls (perfetta aderenza)



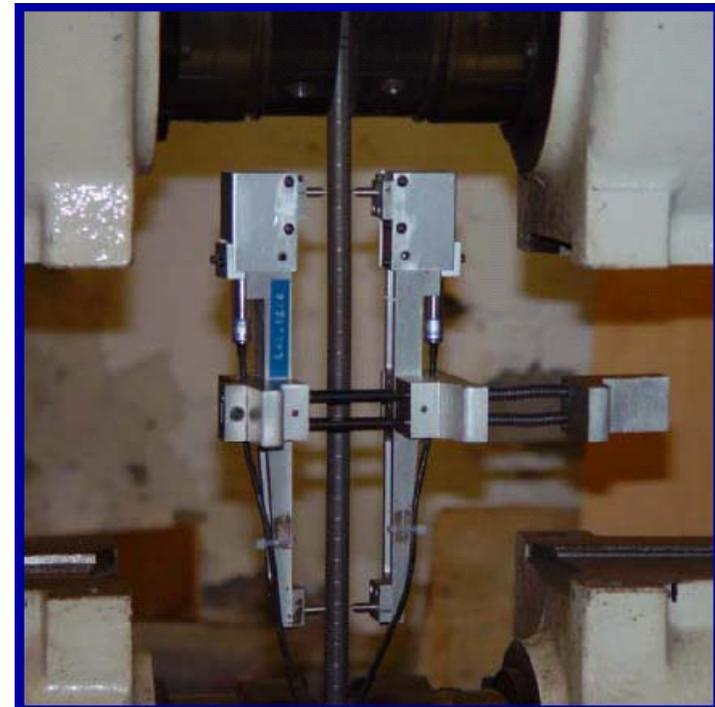
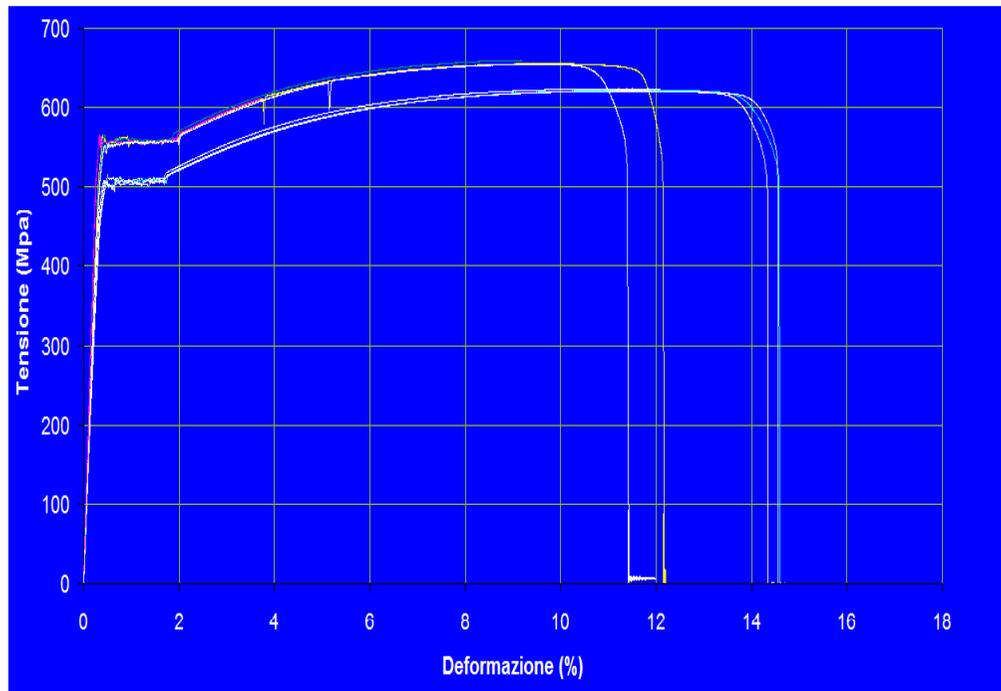
Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (allo stato limite ultimo)

Legge costitutiva del Cls (tensione-deformazione)



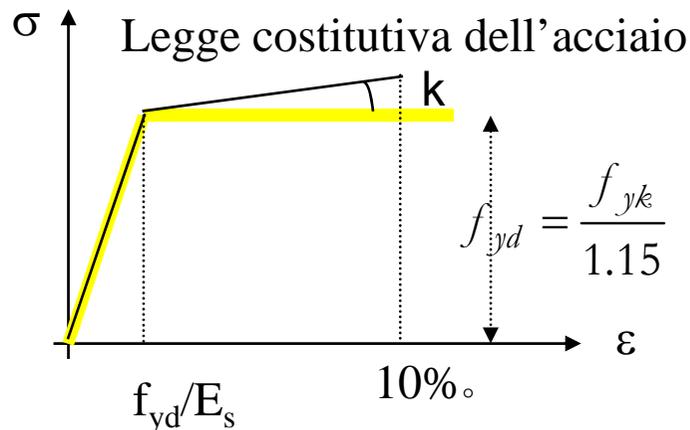
Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (allo stato limite ultimo)

Legge costitutiva dell'acciaio



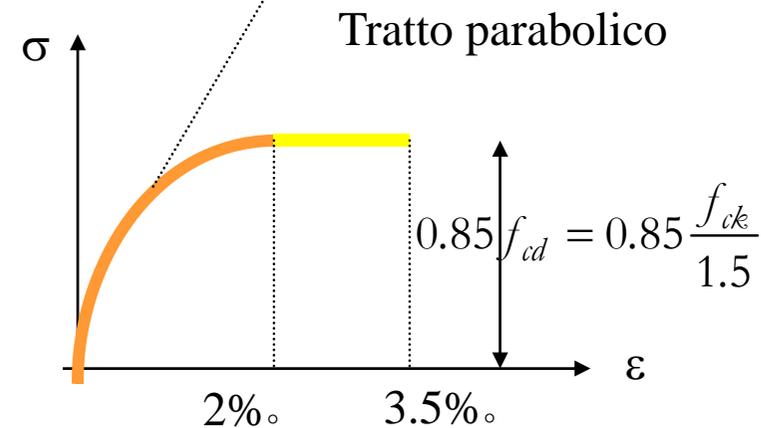
Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (Stato limite ultimo)

Leggi costitutive del CIs e dell'Acciaio
NTC08



La norma permette di tener conto per l'acciaio di un incrudimento k con deformazione massima al 1%

$$\sigma_c = 2f_c \left[\left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2 \right]$$

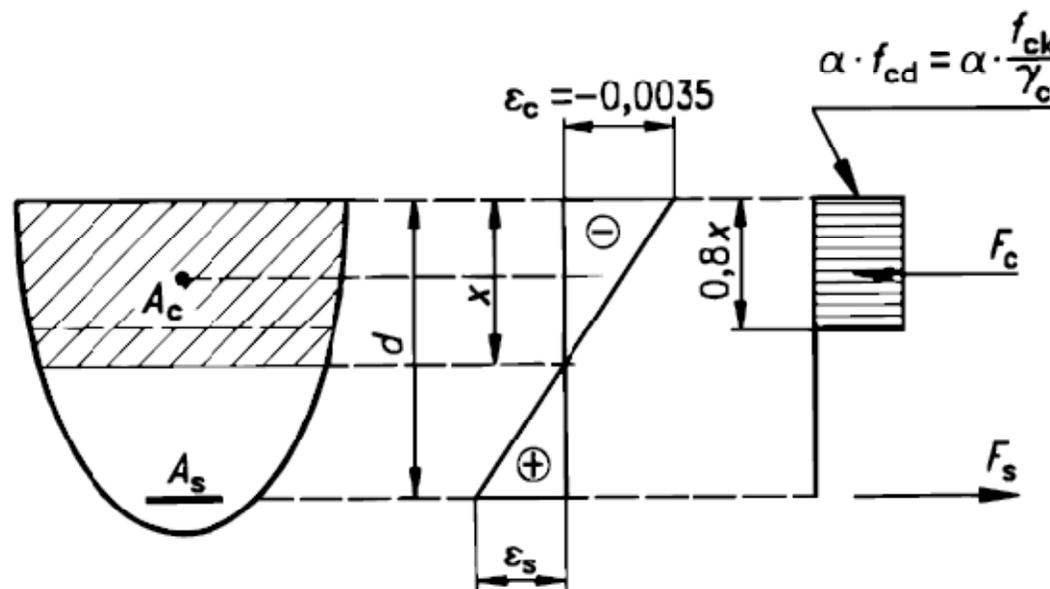


Legge costitutiva del CLS

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (Stato limite ultimo)

Leggi costitutive del CIs e dell'Acciaio

NTC08



La legge costitutiva del cIs può essere sostituita dallo stress block (diagramma rettangolare equivalente alla parabola rettangolo) con altezza pari a 0.8 volte l'altezza dell'asse neutro rispetto al lembo superiore della sezione

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Ipotesi di lavoro (Stato limite ultimo)

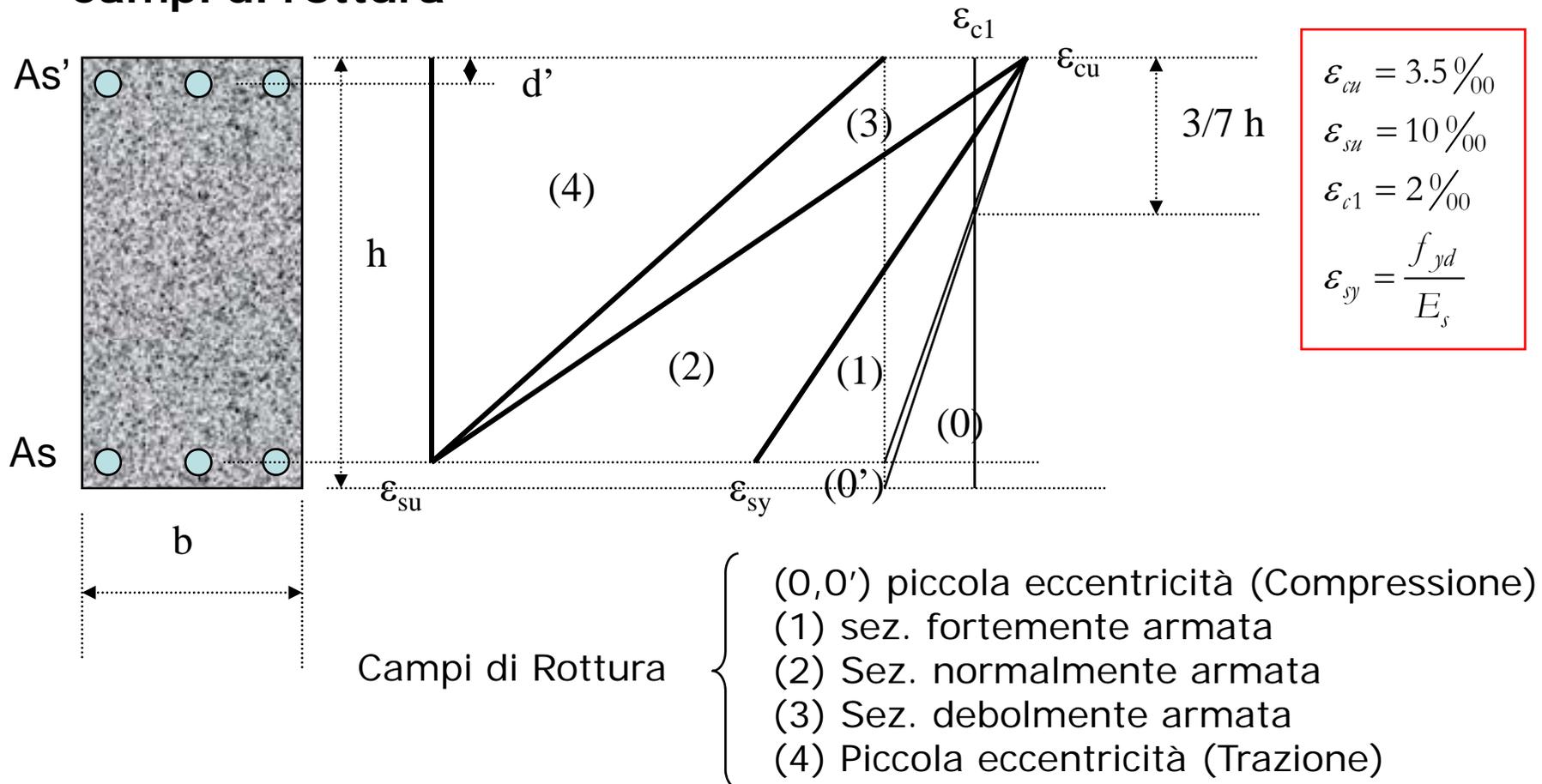
CLASSI DI RESISTENZA DEL CALCESTRUZZO

Classi di resistenza calcestruzzo	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
f_{ck}	12	16	20	25	30	35	40	45	50
f_{ctm}	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1
$f_{ctk,0.05}$	1.1	1.3	1.5	1.8	2.0	2.2	2.5	2.7	2.9
$f_{ctk,0.95}$	2.0	2.5	2.9	3.3	3.8	4.2	4.6	4.9	5.3

Classi di resistenza calcestruzzo	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
E_{cm}	26	27.5	29	30.5	32	33.5	35	36	37

$$E_{cm} = 9.5 \sqrt[3]{f_{ck} + 8} \quad (E_{cm} \text{ in kN/mm}^2; f_{ck} \text{ in N/mm}^2)$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Campi di rottura



Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

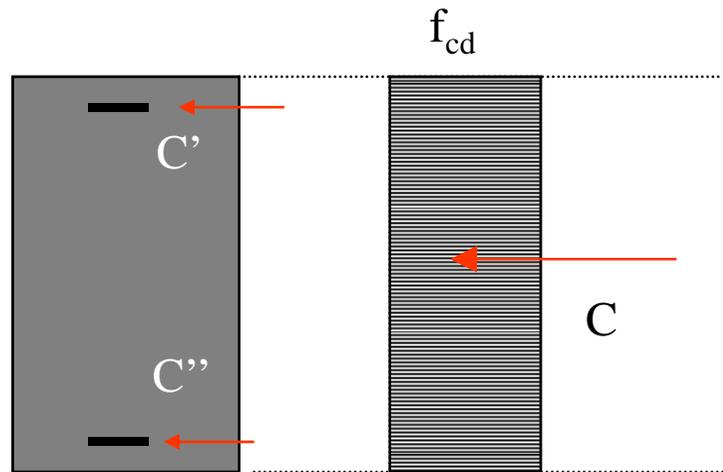
Il campo di rottura associato ad una determinata sezione dipende oltre che dalla quantità di armatura (come succede nella flessione semplice) anche dall'entità dello sforzo normale N . All'aumentare di N si passa da sezioni duttili a sezioni fragili fino a schiacciamento per compressione uniforme, che per sezioni simmetriche corrisponde al caso di pressione centrata.

Come per il caso di flessione è utile poter determinare a priori il campo di rottura associato ad una determinata armatura e sforzo normale. A tale scopo è sufficiente determinare il valore di N che corrisponde alle linee di separazione tra i diversi campi di rottura. Sarà poi sufficiente confrontare il valore di calcolo N_d con i vari N prima calcolati per individuare in quale intervallo ci si colloca.

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Piccola eccentricità : **compressione centrata**

Nel caso di compressione centrata l'equilibrio alla traslazione della sezione conduce alla seguente equazione:



$$N_{max} = \underbrace{0.8bh}_{C} f_{cd} + \underbrace{(A_s + A_s')}_{C'+C''} f_{yd}$$

$$n_{max} = \frac{N_{max}}{bdf_{cd}} = 0.8(1 + \delta) + (\mu_s + \mu_s') \quad \delta = \frac{d'}{d}$$

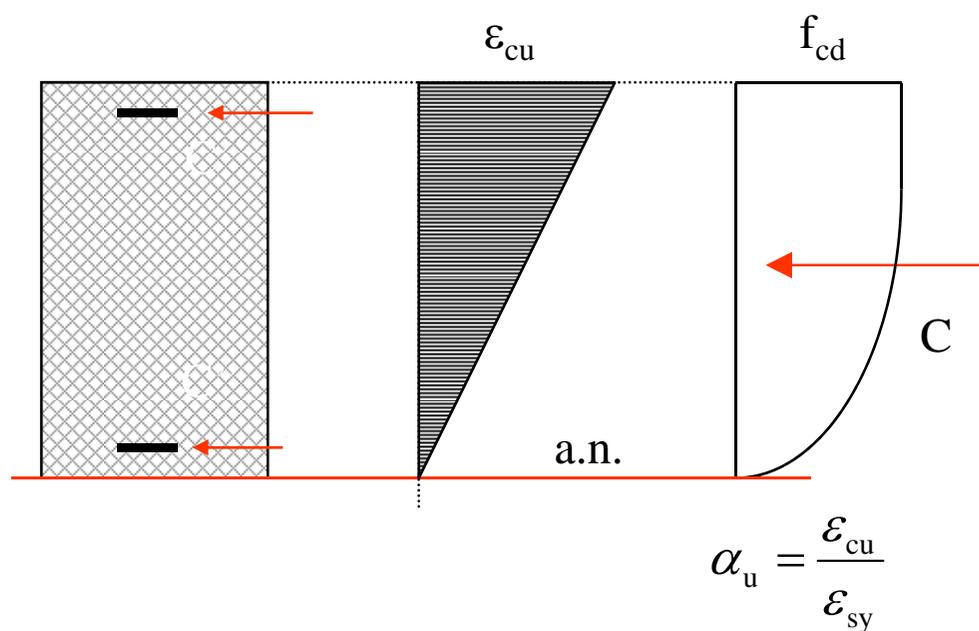
Dovrà ovviamente risultare che $n_d < n_{max}$ altrimenti l'equilibrio alla traslazione risulterà impossibile

Il coefficiente 0.8 nella componente associata al csl dipende dal fatto che la normativa impone nel caso di compressione centrata che il coefficiente γ_c venga aumentato del 25%.

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Piccola eccentricità : **sezione interamente compressa**

Nel passaggio tra campo 0 e campo 1 la sezione risulta ancora interamente compressa con l'asse neutro passante per il lembo inferiore della sezione.



$$N_0 = 0.8bbf_{cd} + A_s\sigma_s + A_s'f_{yd}$$

La deformazione dell'acciaio inferiore è immediatamente ricavabile da semplici considerazioni geometriche

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \frac{\delta}{1 + \delta}$$

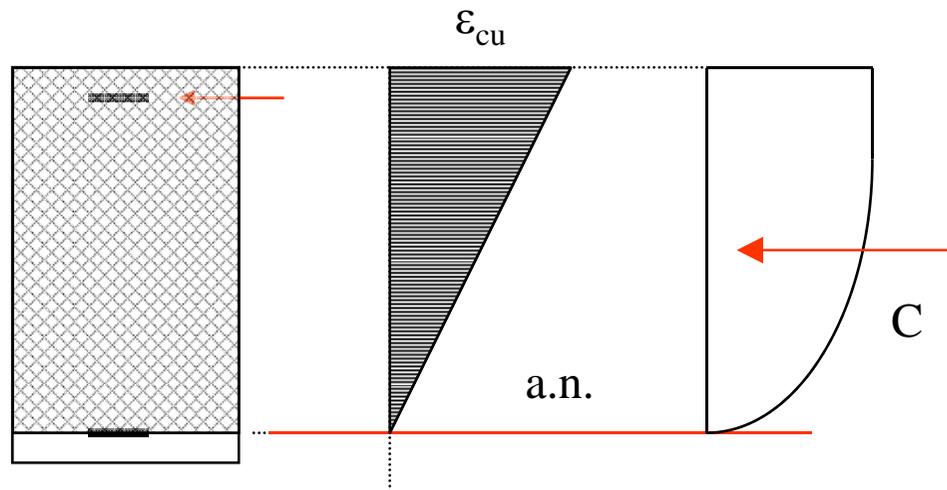
In termini adimensionalizzati si ha:

$$n_0 = 0.8(1 + \delta) + \mu_s \alpha_u \frac{\delta}{1 + \delta} + \mu_s'$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Grande eccentricità : **retta di separazione campo 0 e campo 1**

Nel passaggio tra campo 0 e campo 1 la sezione risulta parzializzata con l'asse neutro che taglia la sezione in corrispondenza dell'armatura tesa.



$$N_0' = 0.8bdf_{cd} + A_s' f_{yd}$$

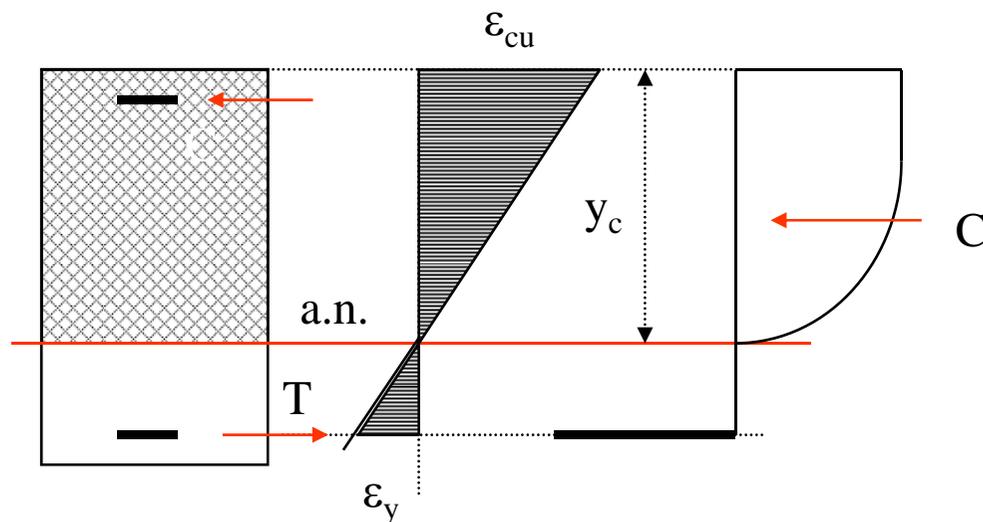
In termini adimensionalizzati si ottiene la semplice espressione:

$$n_0' = 0.8 + \mu_s'$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Grande eccentricità : **retta di separazione campo 1 e campo 2**

Nel passaggio tra campo 1 e campo 2 la sezione risulta parzializzata con l'asse neutro che taglia la sezione ad una distanza y_c dal lembo superiore. L'acciaio inferiore risulta essere teso e snervato.



$$N_1 = 0.8by_c f_{cd} + A_s' f_{yd} - A_s f_{yd}$$

L'asse neutro y_c si trova con
semplici proporzioni
geometriche

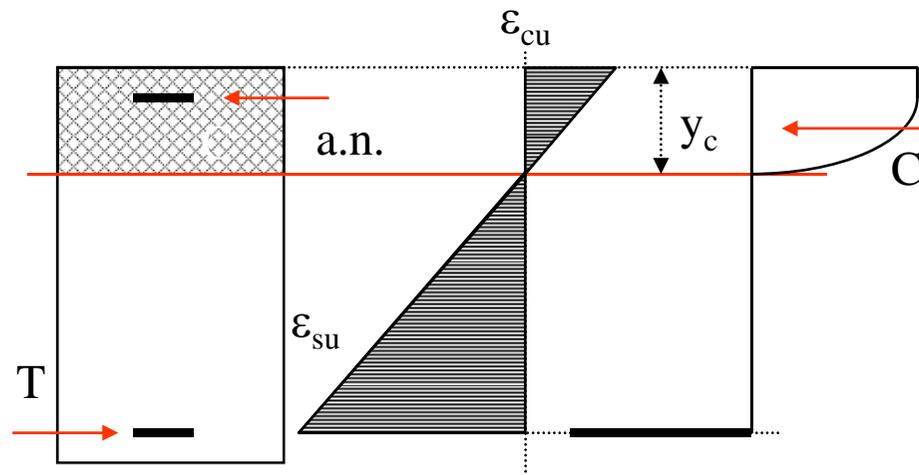
$$y_c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}} d$$

$$n_1 = 0.8 \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{sy}} - \mu_s + \mu_s'$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Grande eccentricità : **retta di separazione campo 2 e campo 3**

Nel passaggio tra campo 2 e campo 3 la sezione risulta essere in condizioni di **rottura bilanciata**, ossia sia il cls che l'acciaio hanno raggiunto la loro tensione massima. Inoltre l'acciaio inferiore è naturalmente snervato.



$$N_2 = 0.8by_c f_{cd} + A_s' \sigma_s(\varepsilon_s') - A_s f_{yd}$$

$$y_c = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{su}} d = Kd = 0.259d$$

$$n_2 = 0.207 - \mu_s + \frac{\sigma_s'}{f_{yd}} \mu_s'$$

$$\varepsilon_s' = \frac{K - \delta}{K} \varepsilon_{cu} = 0.0035 \times (1 - 3.857\delta) \longrightarrow$$

L'acciaio compresso risulta in genere snervato per travi con $h > 30$ cm

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

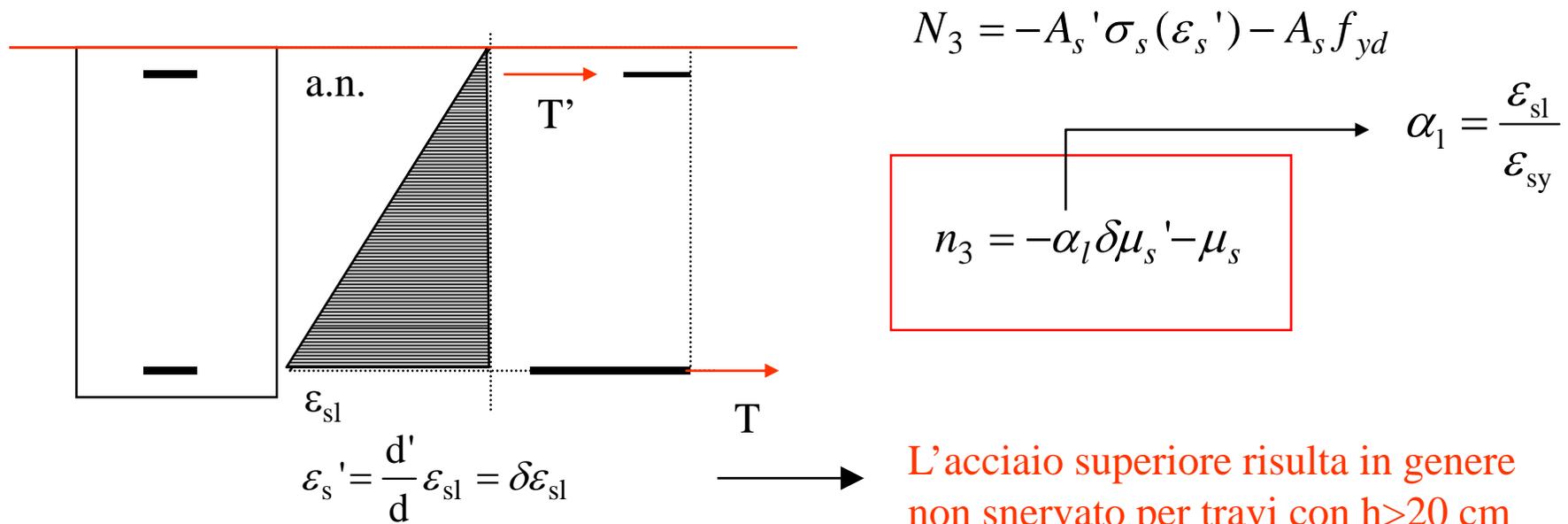
Grande eccentricità : **Esempio di rottura in campo 2**



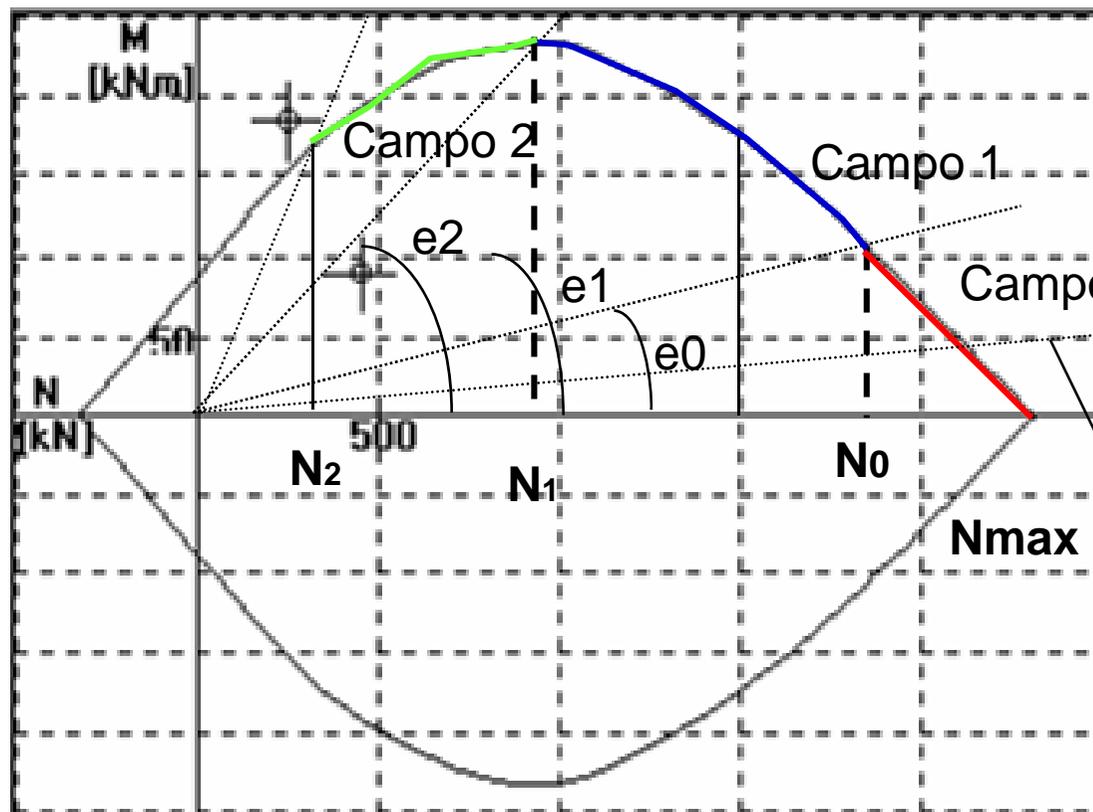
Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura

Grande eccentricità : **retta di separazione campo 3 e campo 4**

Nel passaggio tra campo 3 e campo 4 la sezione risulta essere completamente tesa. La resistenza è affidata alle sole armature.



Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del campo di rottura



Noti gli sforzi normali corrispondenti alle linee di separazione tra i diversi campi di rottura, questi ultimi possono essere facilmente individuati e visualizzati sul diagramma di interazione M-N

$M/N > h/30 > 20 \text{ mm}$
 (EC2)



Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

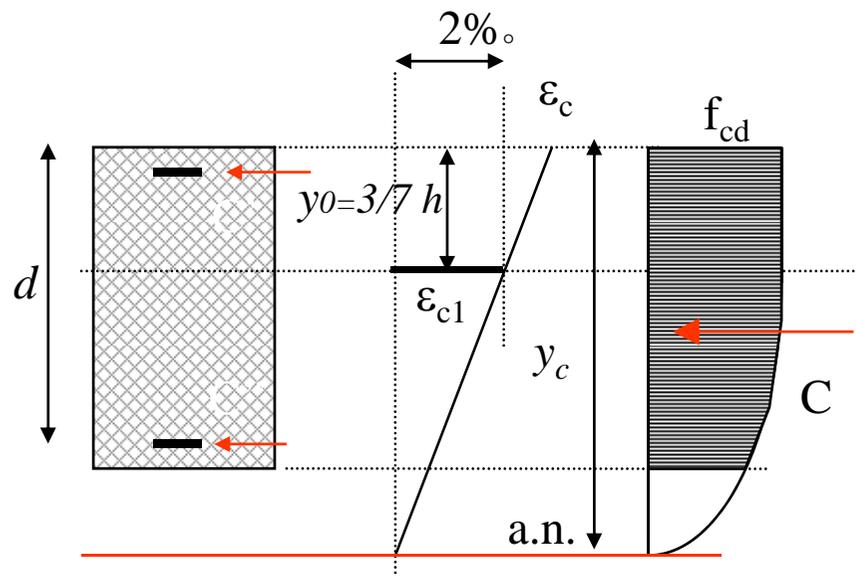
Per la determinazione del Momento Ultimo della sezione considerata occorre seguire in sequenza i seguenti due passi:

1. Determinazione della posizione dell'asse neutro
2. Determinazione del valore del Momento Ultimo

Nelle prossime slide si fornisce una espressione del Momento Ultimo in relazione al campo di rottura precedentemente determinato

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Piccola eccentricità : **compressione eccentrica** ($n_0 < n < n_{max}$)



Determinazione asse neutro

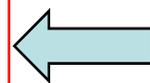
La posizione dell'asse neutro y_c si determina a partire dall'equazione di equilibrio alla traslazione della sezione. L'acciaio inferiore risulta generalmente non snervato per cui:

$$N_d = N_u = C + A_s' f_{yd} + A_s \sigma_s(\epsilon_s)$$

$$C = b y_0 \bar{f}_{cd} + b \int_{y_c-h}^{y_c-y_0} \sigma(\epsilon) dy$$

$$K' = y_c/h$$

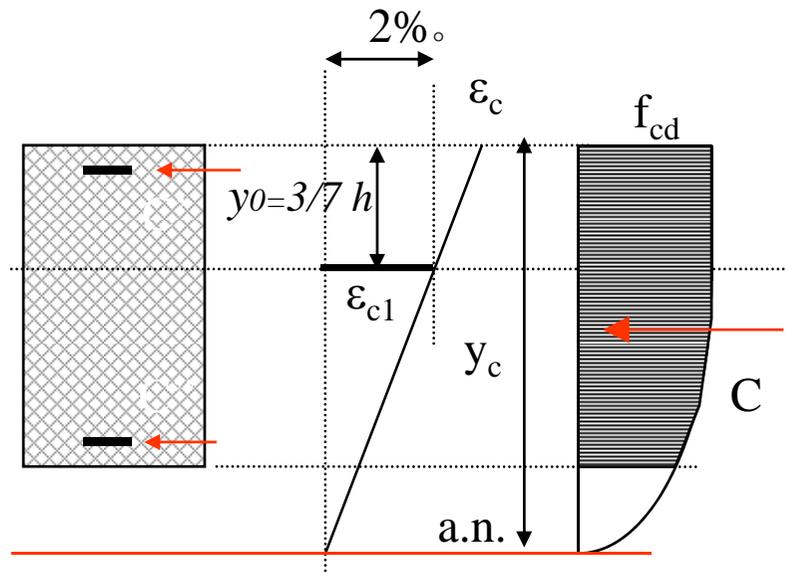
$$C = b h \bar{f}_{cd} \left[1 - \frac{64}{21(7K'-3)^2} \right]$$



$$\epsilon = \epsilon_{c1} \frac{y}{y_c - y_0} \quad \sigma_c(\epsilon) = 2 \bar{f}_{cd} \left[\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_{c1}} \right)^2 \right]$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Piccola eccentricità : **compressione eccentrica** ($n_0 < n < n_{max}$)



Determinazione asse neutro

Il valore max di C è limitato dalla massima resistenza a compressione ammessa per il cls

$$\left\{ \begin{array}{l} K'=1 \quad \frac{C}{bdf_{cd}} = 0.81 \\ K'=\infty \quad \frac{C}{bdf_{cd}} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow C_{max} = 0.8bdf_{cd}$$

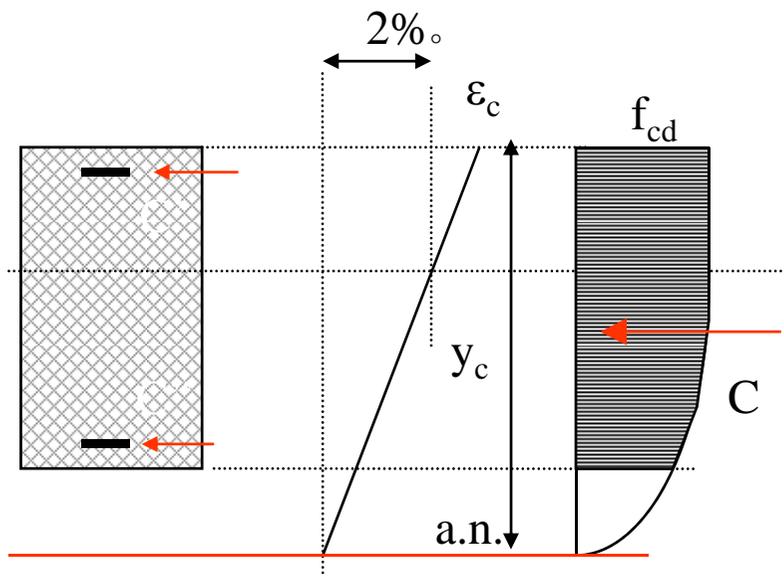
$$N_d = N_u = C + A_s' f_{yd} + A_s \sigma_s(\varepsilon_s)$$

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = \frac{N_d - 0.8bhf_{cd} - A_s' f_{yd}}{A_s} \quad \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$$K' = \frac{\varepsilon_{c1}(d/h) - (3/7)\varepsilon_s}{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_s} \quad K' > 1$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Piccola eccentricità : **compressione eccentrica** ($n_0 < n < n_{max}$)



Determinazione Momento Ultimo

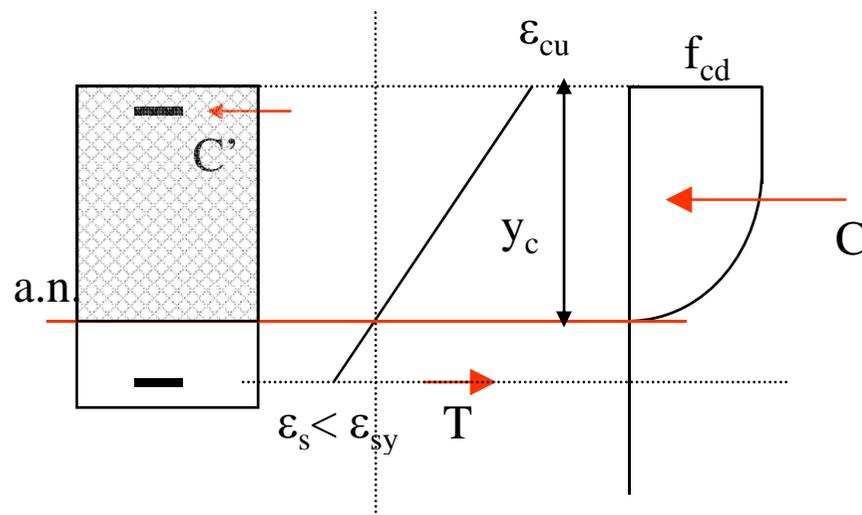
L'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico della sezione ci fornisce il Momento Ultimo della sezione

$$M_c = bh^2 \bar{f}_{cd} \frac{160}{147(7K'-3)^2}$$

$$M = +A_s' f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s \sigma_s(\varepsilon_s) \left(\frac{h}{2} - d \right) + \overbrace{by_0 \bar{f}_{cd} \left(y_c - \frac{y_0}{2} \right) + b \int_{y_c-h}^{y_c-y_0} \sigma(\varepsilon) y dy}$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 1** ($n_1 < n < n_0$)



Equazione algebrica di 2° grado

$$0.81K^2 + K(\mu_s' + \mu_s \alpha_u - n_d) - \mu_s \alpha_u = 0$$

Determinazione Asse neutro

La posizione dell'asse neutro y_c si determina a partire dall'equazione dei equilibri alla traslazione della sezione. L'acciaio inferiore risulta per definizione non snervato. L'equilibrio alla traslazione si scrive come segue:

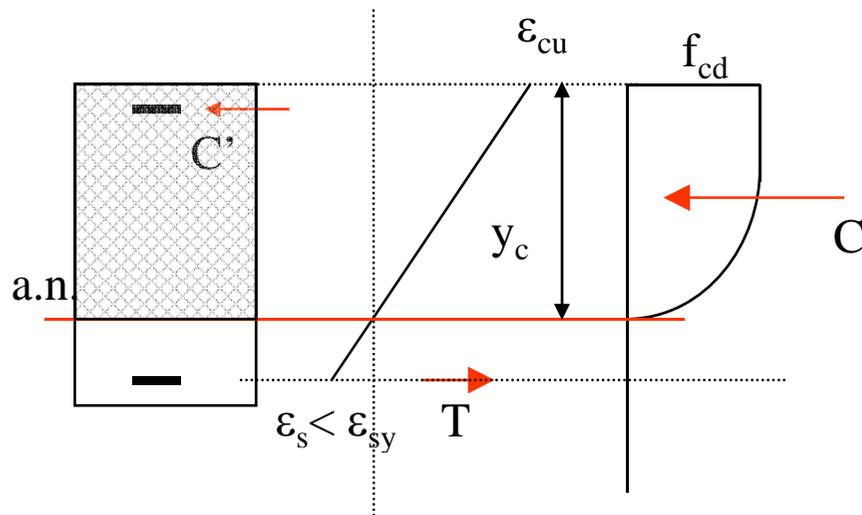
$$N_d = N_u = 0.81b y_c f_{cd} + A_s' f_{yd} - A_s \sigma_s(\varepsilon_s)$$

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = E_s \varepsilon_{cu} \frac{y_c - d}{y_c} = E_s \varepsilon_{cu} \frac{K - 1}{K} ; K = \frac{y_c}{d}$$

Sostituendo la precedente nella equazione di equilibrio alla traslazione si ha:

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 1** ($n_1 < n < n_0$)



Determinazione Momento Ultimo

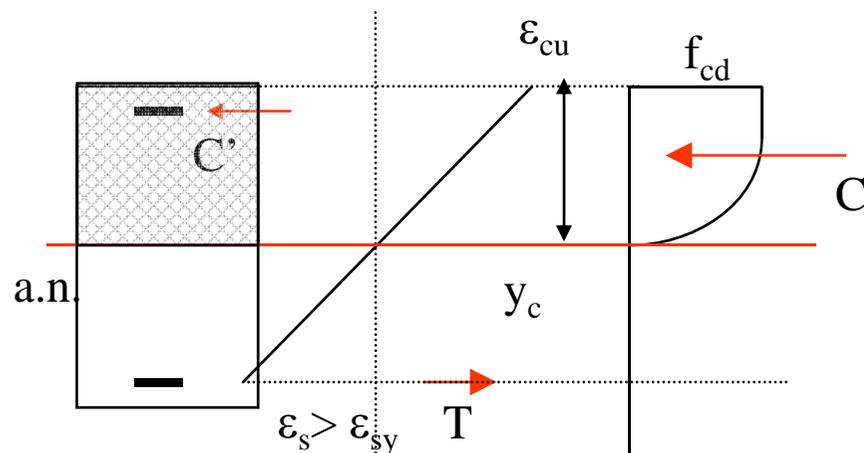
L'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico della sezione ci fornisce il Momento Ultimo della sezione.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \frac{K-1}{K}$$

$$M_u = 0.81by_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.416 y_c \right) + A_s' f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s \sigma_s(\varepsilon_s) \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 2** ($n_2 < n < n_1$)



HP: acciaio compresso snervato

$$K = \frac{n_d + \mu_s - \mu_s'}{0.81}$$

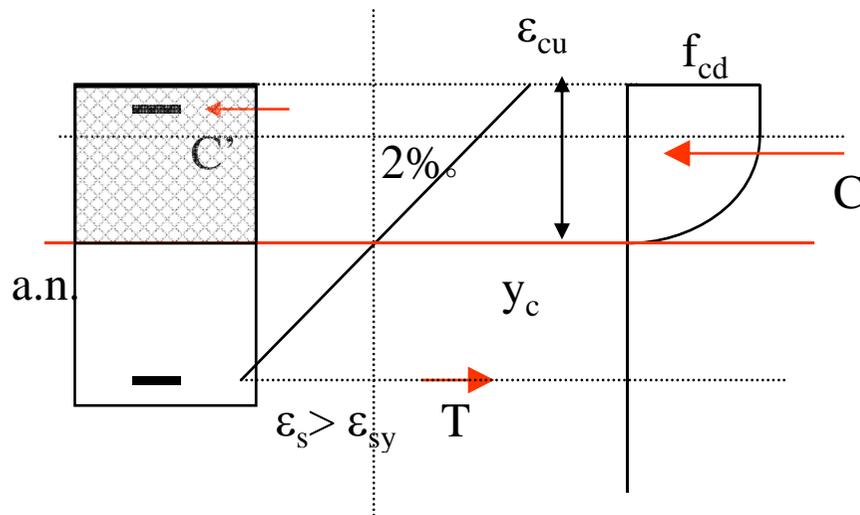
Determinazione Asse neutro

La posizione dell'asse neutro y_c si determina a partire dall'equazione dei equilibri alla traslazione della sezione. L'acciaio inferiore risulta certamente snervato e quindi nell'ipotesi che anche l'acciaio compresso sia snervato l'equilibrio alla traslazione si scrive :

$$N_d = N_u = 0.81by_c f_{cd} + A_s' f_{yd} - A_s f_{yd}$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 2 ($n_2 < n < n_1$)**



Equazione per la determinazione dell'asse Neutro nel caso che l'armatura compressa non risulti snervata

Determinazione Asse neutro

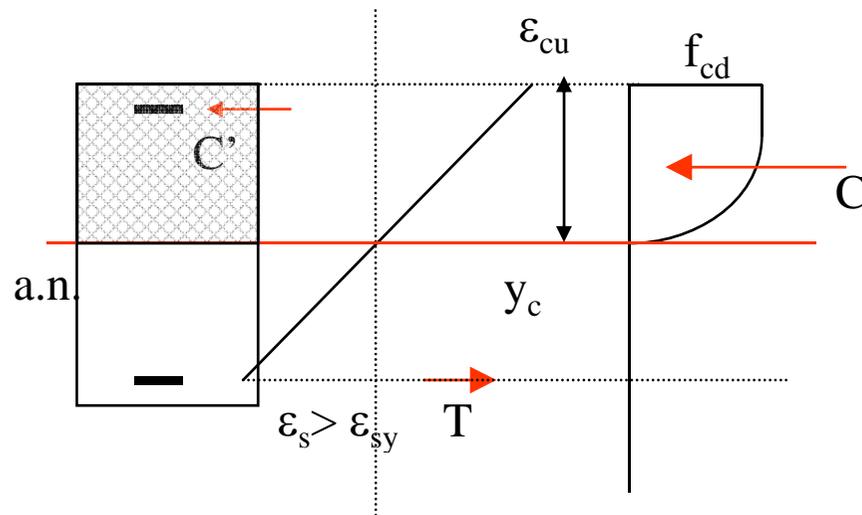
Nel caso l'ipotesi di armatura compressa snervata non sia verificata occorre esprimere l'equazione alla traslazione in funzione di K ottenendo l'equazione di secondo grado con incognita la stessa K



$$0.81K^2 - K(n_d + \mu_s - \mu_s' \alpha_u) - \mu_s' \alpha_u \delta = 0$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 2** ($n_2 < n < n_1$)



Determinazione Momento Ultimo

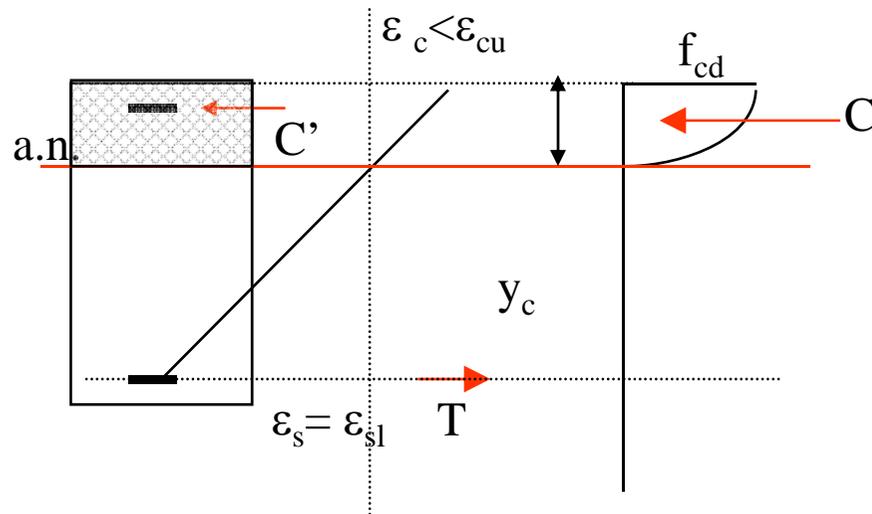
L'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico della sezione ci fornisce il Momento Ultimo della sezione.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \frac{K-1}{K}$$

$$M_u = 0.81 b y_c \bar{f}_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.416 y_c \right) + A_s' \sigma_s(\varepsilon_s') \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 3** ($n_3 < n < n_2$)



Equazione per la determinazione dell'asse Neutro nel caso che l'armatura compressa risulti snervata

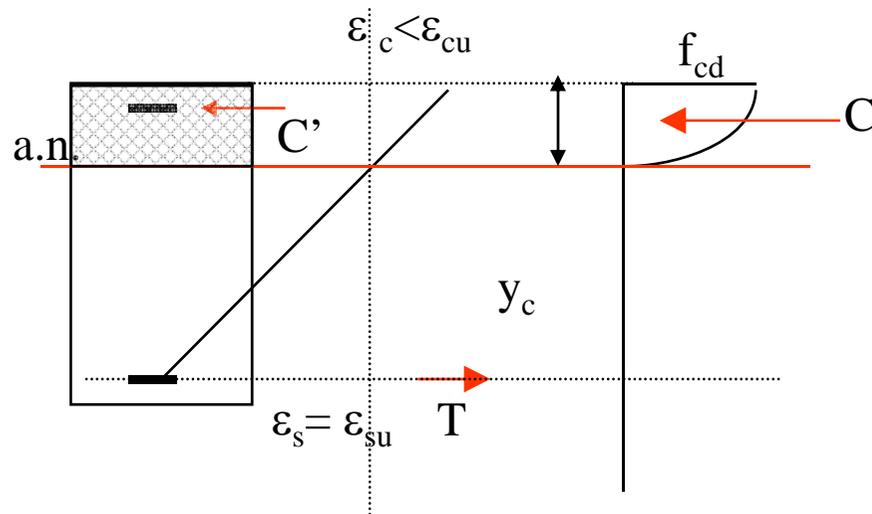
Determinazione Asse neutro

La posizione dell'asse neutro y_c si determina a partire dall'equazione dei equilibri alla traslazione della sezione. L'acciaio inferiore risulta certamente snervato e quindi nell'ipotesi che anche l'acciaio compresso sia snervato l'equilibrio alla traslazione si scrive :

$$K = \frac{n_d + \mu_s - \mu_s'}{0.81}$$

Stato limite ultimo di sezioni in c.a.: Pressoflessione Retta Determinazione del Momento Ultimo

Grande eccentricità : **Collasso nel campo 3** ($n_3 < n < n_2$)



Determinazione Momento Ultimo

L'equazione di equilibrio alla rotazione attorno al baricentro geometrico della sezione ci fornisce il Momento Ultimo della sezione.

$$\varepsilon_s' = \varepsilon_{su} \frac{K - \delta}{1 - K}$$

$$M_u = 0.81 b y_c f_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.416 y_c \right) + A_s' \sigma_s(\varepsilon_s') \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_{yd} \left(\frac{h}{2} - d' \right)$$